Institut für Theoretische Physik
JLU Gießen
C. Fischer, G. Eichmann, C. Popovici

***Blatt 3***
*WiSe 2011/12*
*10.11.2011*

## Übungen zur Statistischen Thermodynamik

### Aufgabe 8 (Chemisches Potential)

Betrachten Sie $N$ *ununterscheidbare* klassische Punktteilchen der Masse $m$, die im Volumen $V$ eingeschlossen sind und nicht miteinander wechselwirken. Berechnen Sie das chemische Potential $\mu = \mu(N, V, E)$ und zeigen Sie, daß sich $\mu$ als Funktion von Temperatur und Teilchendichte $n = N/V$ alleine darstellen läßt. Begründen Sie, daß das chemische Potential bei fester Temperatur mit der Teilchendichte zunimmt. Was ergibt sich für *unterscheidbare* Teilchen?

### Aufgabe 9 (Photonengas)

Betrachten Sie ein Gas von $N$ (ununterscheidbaren) Photonen mit Dispersionsrelation $E = c|\mathbf{p}|$, die in ein Volumen $V$ eingeschlossen sind. Berechnen Sie im mikrokanonischen Ensemble die Temperatur $T$ und den Druck $p$ des Gases als Funktion der Energiedichte $\varepsilon = E/V$. Zeigen Sie $p = \varepsilon/3$.
*Hinweis:* Rechnen Sie klassisch und drücken Sie die Entropie durch die Größe

$$\lambda(N) = \int\limits_{\mathbb{R}^{3N}} d(\mathbf{u_1} \dots \mathbf{u_n})\Theta\left(1 - \sum_{i=1}^{N} |\mathbf{u_i}|\right)$$

aus. Für die vorliegende Rechnung muß $\lambda(N)$ nicht explizit bestimmt werden. Beachten Sie auch, daß jeder Impulszustand zweifach (Helizitäts-)entartet ist.

### Aufgabe 10 (Atmosphärenmodell)

Betrachten Sie ein System aus $N$ identischen, aber klassisch unterscheidbare Teilchen der Masse $m$, die sich unter dem Einfluß der Schwerkraft $\mathbf{F} = -mg\mathbf{e_z}$ in einem (unendlich hohen) Zylinder der Grundfläche $A$ befinden. Die Grundfläche liege in der $xy$-Ebene und kann z.B. mit einem Abschnitt der Erdoberfläche identifiziert werden, wobei die Abnahme der Gravitation mit der Höhe vernachlässigt werden soll. Das System sei thermisch isoliert und die Gesamtenergie $E$ vorgegeben.

a. Berechnen Sie das klassische Phasenraumvolumen $W(E)$ des Systems sowie die Gesamtentropie $S$.

   *Hinweis*: Nutzen Sie dafür das Integral:

$$\int\limits_{x_i \geq 0, \sum_i x_i \leq \lambda} \left(\lambda - \sum_{i=1}^{n} x_i\right)^k dx_1 \dots dx_n = \frac{k!}{(n+k)!}\lambda^{n+k}.$$

b. Berechnen Sie die Temperatur des Systems als Funktion der Energie $E$.

c. Berechnen Sie den Mittlewert der kinetischen Energie $<E_{kin}>$ pro Teilchen, und bestimmen Sie hieraus die mittlere Höhe $<z>$ der Teilchenverteilung. Welche Höhe können die Teilchen maximal erreichen?