Institut für Theoretische Physik
JLU Gießen
C. Fischer, G. Eichmann, C. Popovici

Blatt 5
WiSe 2011/12
24.11.2011

Übungen zur Statistischen Thermodynamik

Aufgabe 13 (Harmonischer Oszillator)

Betrachten Sie ein System aus N klassischen Teilchen der Masse m, die sich in einem dreidimensionalen harmonischen Oszillatorpotential der Kreisfrequenz ω befinden. Das System werde durch Kopplung an ein Wärmebad auf einer konstanten Temperatur T gehalten. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme $Z(T,N)$ und die mittlere Energie $U(T,N)$.

Aufgabe 14 (Isotherme Atmosphäre)

Ein klassisches monoatomares ideales Gas aus N Teilchen der Masse m befinde sich im Schwerefeld der Erde. Das Gas sei auf einen Zylinder mit Grundfläche A und beliebiger Höhe beschränkt und durch eine konstante Temperatur T charakterisiert.

a. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme $Z(T,N)$ und die mittlere Energie $U(T,N) = <H>$.

b. Berechnen Sie den Mittelwert der kinetischen Energie $< E_{kin} >$ *eines* Teilchens und daraus die mittlere Steighöhe der Teilchen.

c. Berechnen Sie die Teilchendichte $n(h)$ als Funktion der Höhe h.

d. Berechnen Sie den Gasdruck $p(h)$ als Funktion der Höhe h, indem Sie annehmen, dass die Zustandsgleichung der idealen Gase auch lokal gelte.

Aufgabe 15 (Thermischer Mittlewert)

Eine kleine Masse m werde an eine Federwaage mit der Federkonstanten K gehängt. Die Masse befinde sich im homogenen Schwerfeld mit Beschleunigung g und im Gleichgewicht mit einem thermischen Ensemble der Temperatur T. Das Potential ist durch

$$V(z) = \frac{K}{2} z^2 + mgz$$

gegeben. Berechnen Sie den termischen Mittelwert $\overline{z} = < z >$ und die mittlere thermische Schwankung $\Delta z = <(z-\overline{z})^2>^{1/2}$ als Funktion der Temperatur. Welche Massen m kann man noch messen, wenn man für die Messbarkeit $\overline{z} \geq \Delta z$ voraussetzen muss?

Aufgabe 16 (Energiefluktuationen)

a. Zeigen Sie, dass das Schwankungsquadrat der Energie im kanonischen Ensemble allgemein durch

$$(\Delta H)^2 = <(H - <H>)^2> = kT^3 \frac{\partial^2 F}{\partial T^2}$$

gegeben ist, wobei $F = F(T,V,N)$ die freie Energie ist.

b. Zeigen Sie weiterhin $(\Delta H)^2 = kT^2 N c_v$, wobei $c_v = \frac{1}{N}\frac{\partial U}{\partial T}$ die *Wärmekapazität bei konstantem Volumen* pro Teilchen ist, und begründen Sie damit, dass die *relative* Schwankung der Energie bei großen Teichenzahlen wie $\mathcal{O}(N^{-\frac{1}{2}})$ verschwindet.