Institut für Theoretische Physik
JLU Gießen
C. Fischer, G. Eichmann, C. Popovici

Blatt 6
WiSe 2011/12
01.12.2011

Übungen zur Statistischen Thermodynamik

Aufgabe 17 (Großkanonisches Ensemble)

Betrachten Sie ein monoatomares ideales Gas mit Volumen V, das in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur T sowie einem Teilchenbad mit chemischem Potential μ steht.

a. Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme $Z = Z(V,T,\mu)$ und hieraus das großkanonische Potential Ω.

b. Berechnen Sie die mittlere Teilchenzahl $\bar{N} \equiv <N>$, die innere Energie $U = <H>$, sowie den Druck $p = -(\partial\Omega/\partial V)_{T,\mu}$. Bestätigen Sie hiermit die Zustandsgleichung des idealen Gases.

c. Zeigen Sie, dass das Schwankungsquadrat der Teilchenzahl $(\Delta N)^2 = <(N-\bar{N})^2>$ aus der Ableitung der mittleren Teilchenzahl $\bar{N} \equiv <N>$ nach dem chemischen Potential gewonnen werden kann,

$$\frac{(\Delta N)^2}{kT} = \left(\frac{\partial \bar{N}}{\partial \mu}\right)_{T,V}.$$

Zeigen Sie, dass die relative Schwankung der Teilchenzahl $\sqrt{(\Delta N)^2}/\bar{N}$ für große $\bar{N}$ wie $\bar{N}^{-1/2}$ verschwindet.

Aufgabe 18 (Legendre-Transformation)

Ein ideales monoatomares Gas in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur T besitzt die freie Energie

$$F(T,V,N) = kT\left[\ln N! - N\ln\frac{V}{\lambda(T)^3}\right] \simeq kTN\left[\ln\frac{N\lambda(T)^3}{V} - 1\right]$$

wobei $\lambda(T) = h/\sqrt{2\pi m kT}$ die thermische Wellenlänge ist.

a. Berechnen Sie aus $F(T,V,N)$ mittels Legendre-Transformation die innere Energie $U(S,V,N)$ des idealen Gases.

b. Berechnen Sie aus $F(T,V,N)$ mittels Legendre-Transformation das großkanonische Potential $\Omega(T,V,\mu)$ des idealen Gases und vergleichen Sie mit der direkten Berechnung in Aufgabe **A17**.

Aufgabe 19 (Thermodynamische Potentiale)

Konstruieren Sie aus der Enthalpie $H(S,p,N)$ das thermodynamische Potential $\Psi(S,p,\mu)$ und zeigen Sie, dass die zugehörigen thermodynamischen Kräfte durch

$$T = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial S}\right)_{p,\mu}, \quad V = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial p}\right)_{S,\mu}, \quad N = -\left(\frac{\partial\Psi}{\partial \mu}\right)_{S,p}$$

gegeben sind.