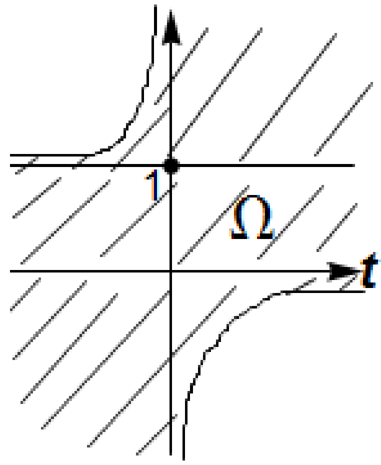
# Besprechung zu Blatt 6 zu Analysis 3

## Aufgabe 1




$$\begin{cases} \dot{x} = x\,(1-x) \\ x\,(0) = x_0 \end{cases}$$

$I_{x_0} = (t\,(x_0)\,, t'\,(x_0))$

$x\,(t) = \frac{x_0 e^t}{1-x_0+x_0 e^t}$

$t = Log\left(\frac{x_0-1}{x_0}\right)$

$x_0 \in [0,1] \Rightarrow I_{x_0} = \mathbb{R}$

$x_0 > 1 \Rightarrow I_{x_0} = \left(Log\left(\frac{x_0-1}{x_0}, \infty\right)\right)$

$x_0 < 0 \Rightarrow I_{x_0} = \left(-\infty, Log\left(\frac{x_0-1}{x_0}\right)\right)$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\phi\,(x_0,t) = \phi\,(x_0,t)\,(1-\phi\,(x_0,t)) \\ \phi\,(x_0,0) = x_0 \end{cases}$$

$\phi(x_0,t) = \frac{x_0 e^t}{1-x_0+x_0 e^t}$

$\Omega = \bigcup\limits_{x_0\in\mathbb{R}} \{x_0\} \times I_{x_0}$

## Aufgabe 4

a) D Menge, $B(D,\mathbb{R}^n) := \{f : D \to \mathbb{R}^n : f\ beschr.\}$
$||f||_\infty := \sup\{||f(x)|| : x \in D\}$
Normiert: klar (da $||.||_\infty$ Norm (klar))
$B(D,\mathbb{R}^n)$ Vektorraum: $f_1 + f_2$ immer noch beschränkt, $c \in \mathbb{R} : f_1 \cdot c$ immer noch im Raum.
Z.z. $B(D,\mathbb{R}^n)$ vollst. bzgl. $||.||_\infty$
Beweis:

Sei $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ Cauchyfolge in $B(D,\mathbb{R}^n) \Rightarrow |f_m - f_k| \to 0$ (m,k$\to \infty$)
$|f_m - f_k| = \sup\{||f_m(x) - f_k(x)|| : x \in D\}$
$\Rightarrow \forall x \in D : ||f_m(x) - f_k(x)|| \to 0\ (m,k \to \infty) \Rightarrow (f_k(x))_{k\in\mathbb{N}}$ Cauchyfolge in $\mathbb{R}^n$

$\mathbb{R}^n$ vollst. $\Rightarrow \forall x \in D : f_k(x) \to y_x \in \mathbb{R}^n, k \to \infty$
Setze $f(x) := y_x \Rightarrow$ f beschr. $\Rightarrow ||f_k - f||_\infty \to 0$
$\Rightarrow f_k \to f \Rightarrow B(D,\mathbb{R}^n)$ Banachraum

b) $J \subset \mathbb{R}$ kp. Intervall
Z.z. $(C^0(J,\mathbb{R}^n), ||.||_\infty)$ ist Banachraum
Beweis:

$C^0(J,\mathbb{R}^n) \subset B(J,\mathbb{R}^n)$ ist Unterraum
Behauptung:$C^0(J,\mathbb{R}^n)$ ist abg.
Sei $(f_k)_{k\in\mathbb{N}} \subset C^0(J,\mathbb{R}^n), \quad f_k \to f \in B(J,\mathbb{R}^n)$
Z.z. $f \in C^0(J,\mathbb{R}^n)$
Ana 1 (Weierstraß) $\Rightarrow$ glm. Limes stetiger Fu'en auf kp. Intervallen ist stetig.
$\Rightarrow$ Behauptung.

Sei $(f_k)_{k\in\mathbb{N}} \subset C^0(J,\mathbb{R})$ Cauchyfolge $\Rightarrow$ (da $B(J,\mathbb{R}^n)$ vollst.) $f_k \to f \in B(J,\mathbb{R}^n)$
$\Rightarrow$ (da $C^0(J,\mathbb{R}^n)$ abg.) : $f \in C^0(J,\mathbb{R}^n)$

## Aufgabe 2