

Lösungen zum Hausaufgabenblatt 2 vom 03.11.2010**Aufgabe H2.1** (5 Punkte)

Ein UV-Strahl aus einem Synchrotron durchquert ein mit Helium gefülltes Volumen. Dabei werden anfänglich neutrale Heliumatome ionisiert. Die entstehenden Heliumionen und Elektronen werden durch ein elektrisches Feld (Plattenkondensator) quer zum UV-Strahl abgesaugt, und der über die Kondensatorplatten abfließende elektrische Strom wird gemessen.

a) Unter welcher Bedingung ist der gemessene Strom proportional zum totalen Wirkungsquerschnitt für die Photoionisation von Heliumatomen?

b) Die Ausdehnung des Gasvolumens und der Kondensatorplatten in UV-Strahlrichtung sei $L = 10$ cm. Der Heliumdruck betrage $p = 0.1$ mbar bei Raumtemperatur ($T = 300$ K). Die UV-Photonenenergie betrage $h\nu = 30$ eV und der Photonenfluss $\phi = 10^{13} \text{ s}^{-1}$. Es werde ein Strom $I = 132$ nA gemessen. Wie groß ist der totale Wirkungsquerschnitt σ für die Photoionisation von Helium bei der angegebenen Photonenenergie? Sind die in Teil a) diskutierten Voraussetzungen eingehalten?

*Lösung*Teil a)

Die Einzelstoßbedingung muss erfüllt sein, d.h. es muss gelten $\sigma nL \ll 1$. Dabei ist n die Teilchendichte und L die Ausdehnung des Gasvolumens in Strahlrichtung. Das Produkt nL , ist die Zahl der Streuzentren pro Fläche quer zum Strahl (*Flächenbelegung*).

Teil b)

Anzahl der Ionisationsereignisse pro Zeit

$$\frac{I}{e} = R = \phi \sigma nL \quad (\text{H2.1})$$

Umstellen der Gleichung ergibt

$$\sigma = \frac{I}{e\phi nL} \quad (\text{H2.2})$$

Die Teilchendichte kann mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung (Boltzmannkonstante $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$) aus dem angegebenen Druck $p = 0.1 \text{ mbar} = 10 \text{ Pa} = 10 \text{ N m}^{-2}$ und der angegebenen Temperatur $T = 300 \text{ K}$ bestimmt werden zu

$$n = \frac{p}{k_B T} = \frac{10 \text{ N m}^{-2}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300 \text{ N m}} = 2.42 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

Mit $L = 0.1 \text{ m}$ ist die Flächenbelegung

$$nL = 2.42 \times 10^{20} \text{ m}^{-2}$$

Einsetzen in Gl. H2.2 ergibt

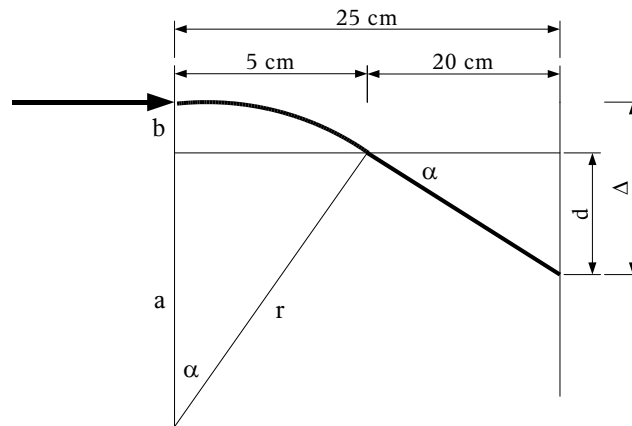
$$\sigma = \frac{1.32 \times 10^{-7} \text{ A}}{1.602 \times 10^{-19} \text{ A s} \times 10^{13} \text{ s}^{-1} \times 2.42 \times 10^{20} \text{ m}^{-2}} = 3.40 \times 10^{-22} \text{ m}^2 = 3.40 \times 10^{-18} \text{ cm}^2 = 3.40 \text{ Mb}$$

Nachprüfen der Einzelstoßbedingung (Teil a): $\sigma nL = 3.4 \times 10^{-22} \times 2.42 \times 10^{20} = 0.082 \ll 1$.
Die Einzelstoßbedingung ist also erfüllt.

Aufgabe H2.2 (5 Punkte)

Ein Ionenstrahl, der $^1\text{H}^+$, $^2\text{H}^+$ und $^3\text{H}^+$ enthält, und eine Beschleunigungsspannung von 1000 V durchlaufen hat, wird senkrecht zu den Feldlinien eines Magnetfeldes von 0.05 Tesla eingeschossen. Wie weit sind die Teilstrahlen voneinander getrennt, wenn die rechteckigen Polschuhe des Magneten in Richtung des einlaufenden Strahls eine Ausdehnung von 5 cm besitzen und die Messung im Abstand von 25 cm vom Beginn des Magnetfeldes erfolgt?

Lösung



Für die Bewegung im Magnetfeld (senkrecht zu den Magnetfeldlinien) gilt

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad (\text{H2.3})$$

und damit für den Bahnradius

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (\text{H2.4})$$

Mit

$$\frac{1}{2}mv^2 = qU \quad (\text{H2.5})$$

ergibt sich

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m}{q} U} \quad (\text{H2.6})$$

Für die Hilfsgrößen a und b ergibt sich

$$a + b = r \quad (\text{H2.7})$$

$$a^2 + (5 \text{ cm})^2 = r^2 \quad (\text{H2.8})$$

Mit

$$\tan \alpha = \frac{5 \text{ cm}}{a} \quad (\text{H2.9})$$

$$\tan \alpha = \frac{d}{20 \text{ cm}} \quad (\text{H2.10})$$

ergibt sich

$$d = \frac{100 \text{ cm}^2}{a} \quad (\text{H2.11})$$

Für den Auftreffort Δ auf dem Schirm folgt dann

$$\Delta = b + d \quad (\text{H2.12})$$

	$^1\text{H}^+$	$^2\text{H}^+$	$^3\text{H}^+$
m	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$3.35 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$5.02 \times 10^{-27} \text{ kg}$
r	9.13 cm	12.9 cm	15.8 cm
a	7.64 cm	11.89 cm	14.99 cm
b	1.49 cm	1.01 cm	0.81 cm
d	13.09 cm	8.41 cm	6.67 cm
Δ	14.6 cm	9.4 cm	7.5 cm

Diskussion

Auflösung von Massen-Spektrometern, Trennung der Isotope, Probleme bei gleichem m/q (z.B. H_2^+ und $^4\text{He}^{2+}$)