IAMP

Übungen zur Experimentalphysik III
Wintersemester 2010/2011

JUSTUS-LIEBIG-UNIVERSITÄT GIESSEN

Institut für Atom- und Molekülphysik
Leihgesterner Weg 217, 35392 Gießen

Lösungen zum Hausaufgabenblatt 4 vom 17.11.2010

Aufgabe H4.1 (6 Punkte)

Berechnen Sie die gesamte Strahlungsleistung der Sonne und den Strahlungsstrom (Leistung pro Fläche) der von der Sonne ausgehend oberhalb der Erdatmosphäre auf die Erde trifft. Wie hoch ist die gesamte von der Sonne auf die Erde treffende Strahlungsleistung? Welche Temperatur würde sich auf der Erdoberfläche einstellen, wenn im thermischen Gleichgewicht die gesamte von der Sonne eingestrahlte Leistung von der Erdoberfläche wieder ins All abgestrahlt wird.

Behandeln Sie dazu die Sonne als schwarze Körper (Kugel mit Radius $R_\odot = 696\,000$ km der Oberflächentemperatur $T_\odot = 5780$ K, der sich im Abstand $r = 149.6 \times 10^6$ km von der Erde befindet. Letztere ist ebenfalls als schwarzer Körper zu behandeln (Kugel mit Radius $R_E = 6378$ km).

Lösung

Laut *Stefan-Boltzmann-Gesetz* (P3.20) ist der von einem schwarzen Körper ausgehende Strahlungsstrom

$$F = \sigma T^4 \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 c^2 h^3} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \tag{H4.1}$$

Die Strahlungsleistung der Sonne ergibt sich durch Einsetzen der Oberflächentemperatur und Integration über die gesamte (Kugel-)Oberfläche zu

$$P_\odot = \sigma T_\odot^4 4\pi R_\odot^2 = 3.85 \times 10^{26} \text{ W} \tag{H4.2}$$

Auf die Erde trifft damit der Strahlungsstrom (Solarkonstante)

$$F_\odot = \frac{P_\odot}{4\pi r^2} = 1370 \text{ W m}^{-2} \tag{H4.3}$$

Zur Berechnung der gesamten von der Sonne auf die Erde treffende Strahlungsleistung ist mit der Querschnittsfläche der Erde zu multiplizieren, d.h.

$$P_E = F_\odot \pi R_E^2 = 1.75 \times 10^{17} \text{ W} \tag{H4.4}$$

Wenn diese Leistung von der Erde wieder abgestrahlt würde, ergäbe sich an der Erdoberfläche ein Strahlungsstrom

$$F_E = \frac{P_E}{4\pi R_E^2} = F_\odot/4 = 342.5 \text{ W m}^{-2} \tag{H4.5}$$

Aus Gl. H4.1 ergibt sich somit die Temperatur der Erdoberfläche zu

$$T_E = \left(\frac{F_E}{\sigma}\right)^{1/4} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{F_\odot}{\sigma}\right)^{1/4} = T_\odot\sqrt{\frac{R_\odot}{2r}} = 279 \text{ K} \approx 6\,^\circ\text{C} \tag{H4.6}$$

Anmerkungen:

Wegen der Absorption in der Atmosphäre trifft nur ein Strahlungsstrom von maximal 1 kW m^{-2} auf die Erdoberfläche. Dieser Zahlenwert hat eine große Bedeutung in der Solarenergiegewinnung.

Für die Temperatur der Erdoberfläche erhält man einen geringeren Wert, wenn man die Albedo der Erde berücksichtigt. Durch den Treibhauseffekt der Erdatmosphäre ist die mittlere Temperatur auf der Erdoberfläche allerdings insgesamt höher als oben berechnet. Sie beträgt ca. 15 °C.

Aufgabe H4.2 (4 Punkte)

In einem Elektronenmikroskop ist 100 keV ein typischer Wert für die kinetische Energie der Elektronen. Berechnen Sie die DeBroglie-Wellenlänge dieser Elektronen. Warum muss man relativistisch rechnen?

Lösung

Die DeBroglie-Wellenlänge λ ist

$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{H4.7}$$

Da die kinetische Energie von derselben Größenordnung wie die Ruheenergie der Elektronen ist, muss der Impuls relativistisch berechnet werden. Für die Gesamtenergie eines Elektrons gilt

$$E_{\mathrm{ges}} = \sqrt{p^2c^2 + (mc^2)^2} = mc^2 + E_{\mathrm{kin}} \tag{H4.8}$$

Daraus folgt

$$pc = \sqrt{2mc^2 E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{kin}}^2} \tag{H4.9}$$

bzw.

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{kin}}^2}} = \frac{1.24\ \mathrm{keV\ nm}}{\sqrt{2 \times 511 \times 100 + 100^2}\ \mathrm{keV}} = 3.70\ \mathrm{pm} \tag{H4.10}$$

Anmerkung: Die nichtrelativistische Rechnung ergibt $\lambda = 3.88$ pm.