Übungen zur Experimentalphysik III
Wintersemester 2010/2011

Institut für Atom- und Molekülphysik
Leihgesterner Weg 217, 35392 Gießen

Lösungen zum Präsenzaufgabenblatt 8 vom 15.12.2010

Aufgabe P8.1

Welcher Zusammenhang besteht zwischen der effektiven Ladungszahl Z_{eff} eines Alkaliatoms und dem Quantendefekt $\Delta(n, \ell)$ eines Rydbergzustandes (n, ℓ). Wie verhalten sich Z_{eff} und $\Delta(n, \ell)$ bei hohen Werten von n und ℓ und wie bei kleinen Werten von ℓ?

Lösung

Die Energie eines Rydbergelektrons, das im Zustand (n, l) in einem Alkaliatom gebunden ist, kann auf zwei Weisen ausgedrückt werden, und zwar erstens mit Hilfe der effektiven Ladungszahl Z_{eff}

$$E = -\frac{Z_{\text{eff}}^2 \mathcal{R}}{n^2} \tag{P8.1}$$

mit $\mathcal{R} = 13.606$ eV und zweitens mit Hilfe des Quantendefekts $\Delta(n, \ell)$

$$E = -\frac{\mathcal{R}}{[n - \Delta(n, \ell)]^2} \tag{P8.2}$$

Durch Gleichsetzen findet man eine Beziehung zwischen Z_{eff} und $\Delta(n, \ell)$

$$Z_{\text{eff}} = \frac{n}{[n - \Delta(n, \ell)]} = \left(1 - \frac{\Delta(n, \ell)}{n}\right)^{-1} \tag{P8.3}$$

Für hohe Werte von n kann $\Delta(n, \ell)$ vernachlässigt werden, und $Z_{\text{eff}} \to 1$.

Für hohe Werte von ℓ gehen die Quantendefekte gegen null und damit $Z_{\text{eff}} \to 1$, da sich Elektronen mit hohem Drehimpuls immer weit vom Kern entfernt aufhalten. Bei kleinen Drehimpulsen befinden sich die Elektronen auf stark exzentrischen „Tauchbahnen“, die sie immer wieder in die Nähe des Kerns bringen, so dass sie einer stärkeren Anziehung durch den Kern ausgesetzt sind. Dies führt zu $Z_{\text{eff}} > 1$.

Aufgabe P8.2

Betrachten Sie ein Teilchen mit magnetischem Moment $\vec{\mu}$ mit $|\vec{\mu}| = \mu_B$. Welche Energie bzw. Frequenz und Wellenlänge ist nötig, um in einem Magnetfeld von 0.25 T den Übergang von der parallelen zur anti-parallelen Ausrichtung von Magnetfeld und magnetischem Moment, zu induzieren?

Lösung

Im Magnetfeld $\vec{B}$ (o. B. d. A. in z-Richtung) ergibt sich eine Wechselwirkungsenergie

$$V = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \pm \mu_B B \tag{P8.4}$$

Die für das Umklappen benötigte Energie ist demzufolge

$$\Delta E = 2|V| = 2\mu_B B \tag{P8.5}$$

Mit $\mu_B = 9.274 \times 10^{-24}$ J/T ergibt sich:

$$\Delta E = 2.89 \times 10^{-5} \text{ eV} \tag{P8.6}$$

$$\nu = 7.0 \times 10^{9} \text{ Hz} \tag{P8.7}$$

$$\lambda = 4.3 \text{ cm} \tag{P8.8}$$

Aufgabe P8.3

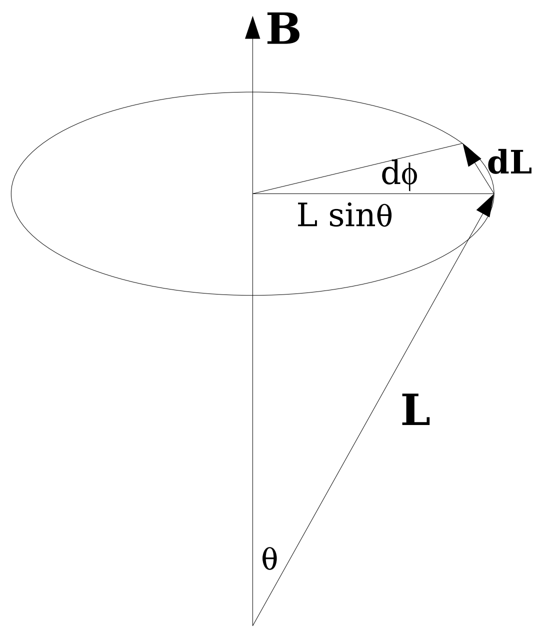
Berechnen Sie die Präzessionsfrequenz eines Teilchens mit Drehimpuls $\vec{L}$ und magnetischem Moment $\vec{\mu} = -\mu_B \vec{L}/\hbar$ in einem Magnetfeld der Flussdichte $|\vec{B}| = 1$ T.

Hinweise:
$\mu_B = 9.274 \times 10^{-24}$ J T^{-1} (Bohrsches Magneton).
$\hbar = 1.0546 \times 10^{-34}$ J s (Plancksches Wirkungsquantum dividiert durch 2π).

Lösung

Im Magnetfeld $\vec{B}$ wirkt auf das Teilchen ein Drehmoment

$$\vec{D} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} \tag{P8.9}$$



Die Winkelgeschwindigkeit der Präzession ist gegeben durch

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \tag{P8.10}$$

Mit

$$\mathrm{d}\phi = \frac{\mathrm{d}L}{L \sin\theta} \tag{P8.11}$$

ergibt sich

$$\omega \;=\; \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{L\sin\theta}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{L\sin\theta}|\vec{\mu} \times \vec{B}| = \frac{1}{L\sin\theta}\mu_B \frac{1}{\hbar} L B \sin\theta = \frac{\mu_B}{\hbar} B \tag{P8.12}$$

Das Ergebnis ist unabhängig vom Winkel zwischen magnetischem Moment und Richtung des Magnetfeldes.

Für ein Magnetfeld der Flussdichte $B = 1$ T erhält man folgenden Zahlenwert:

$$\omega = \frac{9.274 \times 10^{-24}\ \mathrm{J\ T^{-1}} \times 1\ \mathrm{T}}{1.0546 \times 10^{-34} \mathrm{J\ s}} = 8.79 \times 10^{10}\ \mathrm{s}^{-1} \tag{P8.13}$$

Dies entspricht einer Umlauffrequenz

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \approx 14.0\ \mathrm{GHz} \tag{P8.14}$$