Exphy 6 Blatt 9 Julian Bergmann, Kathleen Klinkmüller

Nr. 1

$$Q^2 = -q^2 = x \cdot 2\vec{P}\vec{q} = x \cdot 2y\vec{P}\vec{k}$$

$$s = k^2 + 2\vec{P}\vec{k} + p^2 \Rightarrow 2\vec{P}\vec{k} = s - k^2 - p^2 \quad \Rightarrow Q^2 = xy(s-k^2-p^2)$$

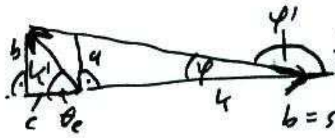
$\frac{1}{4} | \frac{2}{2,5} | \frac{3}{3}$

$$k = \begin{pmatrix} 27{,}5\,\text{GeV} \\ 27{,}5\,\text{GeV} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 820\,\text{GeV} \\ -820\,\text{GeV} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Q^2 = -q^2 = -(k-k')^2 = 2kk' = 2EE_e - |\vec{k}||\vec{k}'|(\cos(\theta_e))$$

$$= 2EE_e(1+\cos(\theta_e)) = 2 \cdot 27{,}5\,\text{GeV} \cdot 16{,}6\,\text{GeV} \cdot (1+\cos(39{,}3°)) = 1619\,\text{GeV}^2 ✓$$

$$x = \frac{Q^2}{2P_q}, \quad P_q = E_p E_q - |\vec{P}||\vec{q}|\cos(\varphi)$$



$$\frac{k}{a} = \frac{k+c}{b}$$

$b = \sin(\theta_e)k'$

$c = \cos(\theta_e)k'$

$$\Rightarrow P_q = E_p E_q - |\vec{p}||\vec{q}|\cos\left(\frac{180°}{\arctan}\left(\frac{a}{k}\right)\right)$$

$$= 820\,\text{GeV} \cdot 10{,}9\,\text{GeV} - 820\,\text{GeV} \cdot 10{,}9\,\text{GeV} \cdot \cos(\cancel{185{,}3}°)$$

$$= \cancel{292{,}36\,\text{GeV}^2}\ 17583\,\text{GeV}^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1619\,\text{GeV}^2}{2 \cdot \cancel{292{,}36}\ 17583\,\text{GeV}^2} = \cancel{2{,}77}\ 0{,}046 ✓$$

Nr. 3

a) $q_s(x) = \cancel{\ldots} = u_s(x) = \bar{u}_s(x) = d_s(x) = \bar{d}_s(x) = s_s(x) = \bar{s}_s(x)$

$$F_2^{e,p} = x\left(\frac{4}{9}(u_v + u_s + \bar{u}_s) + \frac{1}{9}(d_v + d_s + \bar{d}_s + s_s + \bar{s}_s)\right) = x\left(\frac{4}{9}u_v + \frac{1}{9}d_v + \frac{12}{9}q_s\right)$$

$$F_2^{e,n} = x\left(\frac{4}{9}(d_v + d_s + \bar{d}_s) + \frac{1}{9}(u_v + u_s + \bar{u}_s + s_s + \bar{s}_s)\right) = x\left(\frac{4}{9}d_v + \frac{1}{9}u_v + \frac{12}{9}q_s\right) ✓$$

b) $\int_0^1 F_2^{e,p}\,dx = 0{,}18 = \int_0^1 x\left(\frac{4}{9}u_v + \frac{1}{9}d_v\right)dx = \frac{4}{9}\int_0^1 xu_v\,dx + \frac{1}{9}\int_0^1 xd_v\,dx$

$\int_0^1 F_2^{e,n}\,dx = 0{,}12 = \int_0^1 x\left(\frac{4}{9}d_v + \frac{1}{9}u_v\right)dx = \frac{4}{9}\int_0^1 xd_v\,dx + \frac{1}{9}\int_0^1 xu_v\,dx$

$\Rightarrow \int_0^1 xd_v\,dx = 9\left(0{,}18 - \frac{4}{9}\int_0^1 xu_v\,dx\right)$

$\Rightarrow 0{,}12 = 4\left(0{,}18 - \frac{4}{9}\int_0^1 xu_v\,dx\right) + \frac{1}{9}\int_0^1 xu_v\,dx \Rightarrow \int_0^1 xu_v\,dx = \frac{0{,}12 - 4 \cdot 0{,}18}{(1-16)/9} = 0{,}36 ✓$

$\Rightarrow \int_0^1 xd_v\,dx = 9\left(0{,}18 - \frac{4}{9} \cdot 0{,}36\right) = 0{,}18$ ✓

Die Integrale geben die Wahrscheinlichkeit an, dass das entspr. Quark (u, d) den Impuls des Teilchens trägt. Durch Statistik lässt sich das Ergebnis dahingehend deuten, dass der Gesamtimpuls in diesem Anteil an das entsprechende Quark aufgeteilt wird. Also hier 36% des Gesamtimpuls beim up-, 18% beim down-Quark. ✓

c) $\int_0^1 F_2^{\nu,N}\,dx = \int_0^1 xu_v\,dx + \int_0^1 xd_v\,dx = 0{,}54$

nein, nicht durch See-Quarks

Die restlichen 46% des Impulses werden durch See-Quarks gebildet. Daher ist die Näherung hier nicht angemessen. gemessener Wert ist 0,5

d) $\frac{F_2^{n,e}}{F_2^{p,e}} \xrightarrow{x \to 0} 1 \Rightarrow$ Seequarks dominieren in Impulsverteilung. ✓

$\frac{F_2^{n,e}}{F_2^{p,e}} \xrightarrow{x \to 1} \frac{1}{4} \Rightarrow$ Quark mit Gewichtung $\frac{4}{9}$ dominiert ✓

$\Rightarrow$ Proton: up-Quark

$\Rightarrow$ Neutron: down-Quark

$\Rightarrow$

c) $\int_0^1 \sum_i x\, q_i(x)\, dx = 1$ $\Rightarrow$ Summe aller Quarkimpulse entspricht Gesamtimpuls. Nicht wie exp. beobachtet.

$\int_0^1 (u(x) - \bar{u}(x))\, dx = 2$ $\Rightarrow$ Ungewichtete Wahrscheinlichkeitsdichten Fläche zwischen Auftrittswahrscheinlichkeitsdichten von u und $\bar{u}$ entspricht 2.

$\Rightarrow$ u und $\bar{u}$ (v) kommen unterschiedlich häufig vor.

$\int_0^1 (s(x) - \bar{s}(x))\, dx = 0$ $\Rightarrow$ wie $\int (u(x) - \bar{u}(x))\, dx$, nur ist hier keine Fläche eingeschlossen. Fläche? also Wert des Integrals?

$\Rightarrow$ s und $\bar{s}$ sind gleich häufig.

(v)

Aufgabe 2) $G_E(Q^2)$, $G_M(Q^2)$ durch $F_1(Q^2)$, $F_2(Q^2)$ ausdrücken

durch vergleichen:

$$(1)\ \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega_{Mott}} = F_1^2 - \left(\frac{q}{2M}F_2\right)^2 - \frac{q^2}{2M^2}F_1F_2\left[\frac{8M^2}{4M^2-q^2} + \left(\frac{F_1}{F_2} + \frac{2F_1+F_2}{F_1}\right)\cdot\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad \Big| : 4M^2$$

Vergleich mit (Script): $$\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega_{Mott}} = \frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1+\tau} + 2\tau G_M^2(Q^2)\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

mit $Q^2 = -q^2$ und $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$ mit $c=1$

aus (1) $$\Rightarrow F_1^2 - \frac{q^2}{4M^2}F_2^2 - \frac{q^2}{2M^2}F_1F_2\left[\frac{2}{1-\frac{q^2}{4M^2}} + \left(\frac{F_1^2 + F_2(2F_1+F_2)}{F_1F_2}\right)\cdot\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

$$= F_1^2 + \tau F_2^2 + 2\tau F_1F_2\left[\frac{2}{1+\tau} + \left(\frac{F_1^2 + 2F_1F_2 + F_2^2}{F_1F_2}\right)\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

$$= F_1^2 + \tau F_2^2 + \frac{4\tau F_1F_2}{1+\tau} + 2\tau\cancel{F_1F_2}\cdot\frac{(F_1+F_2)^2}{\cancel{F_1F_2}}\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{(1+\tau)F_1^2 + (1+\tau)\tau F_2^2 + 4\tau F_1F_2}{1+\tau} + 2\tau(F_1+F_2)^2\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \Big|\ G_M = F_1+F_2$$

$$= \frac{F_1^2 + \tau F_1^2 + \tau F_2^2 + \tau^2F_2^2 + 2\tau F_1F_2 + 2\tau F_1F_2}{1+\tau} + 2\tau(F_1+F_2)^2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$ | im ersten Summand τG_M^2 herausrechnen

$$= \frac{[F_1^2 + 2\tau F_1F_2 + \tau^2F_2^2] + [\tau F_1^2 + 2\tau F_1F_2 + \tau F_2^2]}{1+\tau} + 2\tau\underbrace{(F_1+F_2)}_{G_M}^2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{[F_1 + \tau F_2]^2 + \tau[F_1^2 + 2F_1F_2 + F_2^2]}{1+\tau} + 2\tau(F_1+F_2)^2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{\overbrace{[F_1 + \tau F_2]}^{G_E}{}^2 + \tau\overbrace{[F_1+F_2]}^{G_M}{}^2}{1+\tau} + 2\tau(F_1+F_2)^2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

mit $G_E = (F_1 + \tau F_2)$ und $G_M = F_1 + F_2$