

Übungen zu “Theorie der höheren Mechanik”, Prof. Mosel, SS 2010

Blatt Nr. 4: Präsenzaufgaben am 10.5.10, Hausaufgaben zum 17.5.10

Präsenzaufgaben:

P7. Zwei Massen m_1 und m_2 seien durch eine masselose Stange der Länge l miteinander verbunden. Die Hantel, die sich im Schwerfeld der Erde befinden möge, wird vom Koordinatenursprung in beliebiger Richtung geworfen.

- Wie lautet die Bewegungsgleichung für den Massenmittelpunkt?
- Welche Bahn beschreibt der Massenmittelpunkt bei einer Anfangsgeschwindigkeit \vec{v}_0 ?
- Zerlegen Sie den Gesamtdrehimpuls in einen Relativ- und einen Schwerpunktsanteil \vec{L}_r und \vec{L}_s . Berechnen Sie \vec{L}_s .

P8. Zwei Regentropfen gleicher Größe ($m_1 = m_2 \equiv m$) fallen mit einer Anfangsentfernung von $x(t = t_0) = x_0$ und verschwindender anfänglicher Relativgeschwindigkeit $\dot{x}(t = t_0) = 0$ auf die Erde, und zwar so, dass sie immer auf einer horizontalen Ebene relativ zur Richtung des Schwerfeldes bleiben und sich annähern. Zwischen ihnen wirke nur die anziehende Gravitationskraft. Es soll die Zeitdauer ermittelt werden, ab der sie verschmelzen.

- Wie lauten die Bewegungsgleichungen der beiden Tropfen?
- Wie lautet die Bewegungsgleichung der Relativbewegung?
- Geben Sie die Energie der Relativbewegung an, und berechnen Sie mittels der Methode des Energieintegrals die Zeitdauer, ab der die beiden Regentropfen verschmelzen.

HINWEIS: Betrachten Sie nur die eindimensionale Bewegung auf der gemeinsamen Ebene. Finden Sie einen Ausdruck zwischen der Fallzeit t und dem Verhältnis $\frac{x(t)}{x_0}$, und überlegen Sie sich anhand dieses Verhältnisses eine Näherung, um den Verschmelzungszeitpunkt zu ermitteln.

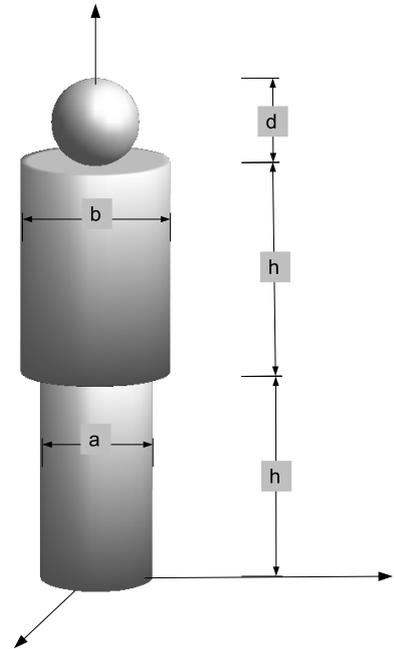
Hausaufgaben:

H7. Ein einfaches Modell für den menschlichen Körper seien (wie in der Abbildung gezeigt) zwei aufeinander stehende Zylinder der Höhe h und der Durchmesser a und b , auf denen eine Kugel des Durchmessers d sitzt. Es wird eine homogene Dichte ρ angenommen. Als Zahlenwerte setzen wir: $a = 35$ cm, $b = 50$ cm, $d = 30$ cm, $h = 75$ cm.

- Berechnen Sie die Lage des Schwerpunkts.
- Berechnen Sie das Gravitationspotential, dass die Figur am Ursprung (also zu ihren Füßen) hervorruft.

HINWEIS:

$$\int dx \log(a + \sqrt{a^2 + x^2}) \\ = -x + x \log(a + \sqrt{a^2 + x^2}) + a \log(a + \sqrt{a^2 + x^2})$$



H8. Berechnen Sie das Gravitationspotential einer Kugelschale, die zwischen den Radien r_1 und r_2 durch die konstante Dichte ρ_0 definiert ist, in ihrem Inneren und auch außerhalb. Skizzieren Sie das Ergebnis.

HINWEIS: Wählen Sie die z -Achse so, dass die Winkelintegration möglichst einfach wird.
