3 Hausaufgabe zu Theorie der höheren Mechanik zum Montag, den 10.5.2010

H5

a) $m_d(D) = 2nm_0(D)$

$2^2D \rightarrow^4 He + E \Rightarrow E = (2m_0(D) - m_0(He))c^2$

$n := \frac{E_d}{E} = \frac{E_d}{(2m_0(D)-m_0(He))c^2}$

$\Rightarrow m_d(D) = 2\frac{E_d}{(2m_0(D)-m_0(He))c^2}m_0(D)$

$= 2\frac{14\cdot10^{18}J}{(2\cdot2.0147\cdot1.685\cdot10^{-27}kg-4.0039\cdot1.685\cdot10^{-27}kg)c^2} \cdot 2.0147 \cdot 1.685 \cdot 10^{-27}kg$

$= 24614.3kg$

b) $\Delta E = \epsilon A \Delta t,\ \Delta E = \Delta mc^2$

$\Rightarrow 4\pi r^2\epsilon = \frac{\Delta mc^2}{\delta t} \Rightarrow \Delta m = \frac{4\pi r^2\epsilon}{c^2\Delta t} = 4.404 \cdot 10^9 \frac{kg}{\Delta t}$

$\Rightarrow \frac{\Delta tm}{\Delta m} = 9.518 \cdot 10^{20}s = 1.433 \cdot 10^{13}y$

Diese Berechnungsweise ist unrealisitisch, da sie zum einen davon ausgeht, dass die komplette Masse der Sonne zerstrahlen kann, wobei aufgrund von Energieerhaltungssätzen für Elementarteilchen nur überhaupt ein Teil der Gesamtmasse zerstrahlen kann, zum anderen lässt die Formel die Sonnenwinde außer acht, mit denen die Sonne ebenfalls Masse (ca 24% des Strahlungsmasseverlusts) verliert.

H6

a) $\ddot{\vec{r}} = -(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m2})\vec{\nabla}_r V_{12}(|r_1 - r_2|) = (\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2})\vec{F} = \frac{1}{\mu}\vec{F}$

$\vec{F}_1 = m_1\ddot{\vec{r}}_1 = -m_2\ddot{\vec{r}}_2 = -\vec{F}_2$

$\ddot{r} = \ddot{\vec{r}}_1(\frac{m_1+m_2}{m_2}) = -\ddot{\vec{r}}_2(\frac{m_1+m_2}{m_1})$

b) $\frac{dE}{dt} = \sum_k m_k \dot{\vec{r}}_k \ddot{\vec{r}}_k + \sum_k \frac{d}{dt} V_k(r) = \sum_k F_k \dot{\vec{r}}_k + \sum_k \frac{d}{dt} V_k(r) = -\sum_k \frac{dV_k(r)}{dt} + \sum_k \frac{d}{dt} V_k(r) = 0$

$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_k m_k \ddot{\vec{r}}_k = \sum_k \vec{F}_k = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \vec{F}_{12} - \vec{F}_{12} = 0$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{L}_{cms}}{dt} = \sum_k \frac{d}{dt}(\vec{r}_k' \times \vec{p}_k') = \sum_k \frac{d}{dt}((\vec{r}_k - \vec{R}) \times (m_k(\vec{r}_k - \vec{R}_k))) = \sum_k (\vec{r} - \vec{R}) \times (m_k(\ddot{\vec{r}}_k - \ddot{\vec{R}})) =$
$\sum_k (\vec{r}_k - \vec{R}) \times F_k = (\vec{r}_1 - \vec{R})F_1 - (\vec{r}_1 - \vec{R})F_1 = 0$

In jedem anderen System, das sich also nicht auf den Schwerpunkt als Ruhesystem bezieht, ist die Geschwindigkeit des Schwerpunktes ungleich 0. Daher ist die zeitliche Ableitung des Drehimpules auch ungleich 0 in diesen Systemen. Somit bleibt der Drehimpuls in anderen Systemen mit anderen Bezugspunkten nicht erhalten!

c)Da der Beweis für den Energieerhaltungssatz unabhängig von der Form des Potentials ist, gilt er auch hier weiterhin.

Die Ableitung des Impulses ist lediglich die Summe aller auf die Teilchen wirkenden Kräfte. betrachtet man die Kräfte durch den Anteil des alten Potentials am neuen, so fallen diese als F^{int} weg, da sie sich in der Summe gegenseitig aufheben. betrachtet man den Rest des Potentials, der auf eine externe Kraft schließen lsst, so ist die Summe dieser Kräfte im Allgemeinen ungleich 0, also kein Impulserhaltungssatz.

Der Drehimpuls hängt von der Geschwindigkeit der Teilchen ab, welche sich durch das Energieerhaltungsgesetz und das Potential zum Nullpunkt hin verändert. Somit verändert sich auch der Drehimpuls. wählt man weiterhin den Schwerpunkt, so gilt auch hier die externe Kraft, die ein zusätzliche Drehimpulsänderung hervorruft.