Übungen zu **"Theorie der höheren Mechanik", Prof. Mosel, SS 2010**

Blatt Nr. 7: Präsenzaufgaben am 31.5.10, Hausaufgaben zum 7.6.10

Präsenzaufgaben:

P11. Besprechen Sie die Hausaufgabe H11 (Buchstütze).

P12. Klären Sie offene Fragen und diskutieren Sie Probleme mit Ihrem Übungsgruppenleiter.

Hausaufgaben:

H13. Zwei homogene Kugeln der Masse m mit Radius r seien durch eine starre, massenlose Achse im festen Abstand a verbunden. Diese Hantel sei in ihrem Schwerpunkt aufgehängt und kann daher frei mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega_0 = |\vec{\omega}|$ rotieren.

(a) Bestimmen Sie die Trägheitsmomente Θ_A für Rotationen um die Hantelachse sowie Θ_S senkrecht dazu durch den Schwerpunkt. Um welche Art von Rotationskörper handelt es sich?
HINWEIS: Vergleiche Präsenzaufgabe P10.

(b) Zeigen Sie, dass die Eulerschen Kreiselgleichungen für die Komponenten p, q und r des momentanen Rotationsvektors $\vec{\omega} = (p, q, r)$ im körperfesten System ($\vec{e}_3$ entlang der Hantelachse) die Form

$$\dot{p} - \gamma q r = 0, \qquad \dot{q} + \gamma r p = 0, \qquad \dot{r} = 0 \tag{1}$$

annehmen und bestimmen Sie den Parameter γ. Zeigen Sie, dass die Drehung um die Hantelachse stabil ist, d.h. im körperfesten System oszilliert der momentane Drehvektor $\vec{\omega}$ bei kleinen Auslenkungen um $\omega_0 \, \vec{e}_3$ mit der Frequenz $\nu = \gamma\omega_0$.

(c) Lösen Sie die Kreiselgleichung allgemein und zeigen Sie, dass die Hantel eine Präzessionsbewegung vollführt, bei der der Drehimpuls durch $\vec{L} = \Theta_S(\vec{\omega} - \gamma r \vec{e}_3)$ gegeben ist, d.h. in der von Rotationsvektor und Hantelachse aufgespannten Ebene liegt.

(d) Skizzieren Sie die Lage der Vektoren $\vec{L}$, $\vec{\omega}$, $\vec{e}_3$. Zeigen Sie, dass die Hantelachse im Laborsystem einen Kegel mit der Präzessionssfrequenz $\omega_N = \sqrt{\omega_0^2 + \gamma(\gamma - 2) r^2}$ um $\vec{L}$ beschreibt. Welche Frequenz für die Bewegung von $\vec{\omega}$ um die stabile Drehachse erhält man jetzt? Vergleichen Sie mit dem Resultat aus (b) und deuten Sie den Unterschied.