# 8 Besprechung in Analysis 2 zum Blatt 8, zum 16.6.2010

## 8.1

klar

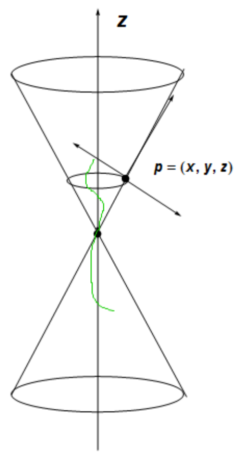
## 8.2

klar

## 8.3

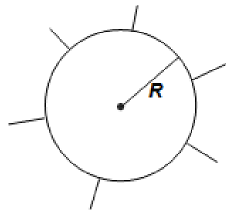
klar

## 8.4



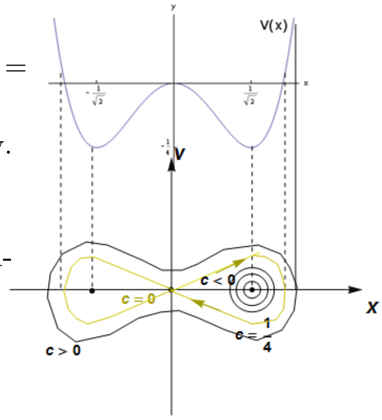

$M = g^{-1}(\{0\})$, $g(x,y,z) := x^2+y^2-z^2$
$\forall (x,y,z) \in M \setminus \{0\} : \nabla g(x,y,z) \neq (0,0,0)$,
also ex. Umg U von p in $\mathbb{R}^3$: $M \cap U$ $C^1$-Umft von $\mathbb{R}^3$, Dim $3-1=2$
(Vorlesung)$\Rightarrow T_pM = (\mathbb{R}\nabla g(x,y,z))^{\perp} = (\mathbb{R}(x,y,-z))^{\perp}$
Basis z.B. $(x,y,z), (-y,x,0)$
Bei $(0,0,0) T_pM = M$
Beweis: „$\subset$": Sei $v \in M$. Dann $\forall t \in \mathbb{R} : \gamma(t) := tv \in M$.
$\gamma(0) = (0,0,0)$, $\dot\gamma(0) = v$, also $v \in T_{(0,0,0)}M$
„$\supset$": Sei $v \in T_{(0,0,0)}M$ hierzu $\gamma : (-\varepsilon, \varepsilon) \to M$
$\gamma(0) = (0,0,0)$, $\dot\gamma(o) = v$
$\gamma(t) = tv + r(t)$, $\lim\limits_{|t|\to 0} \frac{r(t)}{t} = 0$
$\forall t : 0 = g(\gamma(t)) = g(tv + r(t)) = (tv_1 + r_1(t))^2 + (tv_2 + r_2(t))^2 - (tv_3 + r_3(t))^2$
$= t^2 \underbrace{((v_1 + \dfrac{r_1(t)}{t})^2 + (v_2 + \dfrac{r_2(t)}{t})^2 - (v_3 + \dfrac{r_3(t)}{t})^2)}_{-(v_1^2+v_2^2-v_3^2+Schrott)}$ mit Schrott gegen 0 für $t \to 0$
Folgt: $v_1^2 + v_2^2 - v_3^2 = 0 v \in M$

## 8.5




$F_{E_0} = \{(x,v) | \frac{1}{2}m||v||^2 - \frac{mM\gamma}{||x||_2} = E_0\}$
enthält Folge $(x_n, v_n)$, $\quad x_n \to 0$, $\quad ||v_n|| = \sqrt{\frac{2}{m}(E_0 + \frac{mM\gamma}{||x_n||_2})}$, dann $||v_n|| \to \infty$
$F_{E_0}$ nicht beschr.
$\vec{F}_{E_0}$ kp. $\Leftrightarrow$ $\vec{F}_{E_0}$ beschr. und abg.
abg immer, da $\vec{F}_{E_0} = \{(x,v) | ||x||_2 \geq R \text{ und } E(x,v) = E_0\} = (E|_{(x,v)|||x||_2 \geq R})^{-1}(\{E_0\})$ abg,
also $\vec{F}_{E_0} i C_R$ abg, also auch in $\mathbb{R}^6$, denn $C_R \subset \mathbb{R}^6$ abg
$C_R = f^{-1}([R, \infty))$, $\quad f(x,v) := ||x||_2$.
Also $\tilde{F}_{E_0}$ kp. $\Leftrightarrow$ $\tilde{F}_{E_0}$ beschr.
Auf $\tilde{F}_{E_0} \frac{mM\gamma}{||x||_2} \leq \frac{mM\gamma}{R}$
$\frac{1}{2}m||v||^2 = E_0 + \frac{mM\gamma}{||x||_2} \leq E_0 + \frac{mM\gamma}{R}$
Falls $E_0 > 0$: Beliebig große $||x||$ möglich, also $\tilde{F}_{E_0}$ n. kp
Falls $E_0 < 0$: Wegen $\frac{1}{2}m||v||^2 > 0$ muss auf $\vec{F}_{E_0}$ $\quad \frac{mM\gamma}{||x||_2} + E_0 \geq 0$ sein, also $||x||^2 \leq \frac{-mM\gamma}{E_0} R$,
also wegen (1),(2): $\vec{F}_{E_0}$

## 8.6




$E(x, v) = c \Leftrightarrow v = \pm\sqrt{2(c - V(x))}$
$M_0$ keine Umft. der Dim 1, $M_{-\frac{1}{4}}$ nicht, alle anderen $M_C$ schon: $\nabla E(x, v) = (V'(x), v)$
$\nabla E(x, v) = 0 \Leftrightarrow v = 0, x \in \{\pm\mu, 0\}$, diese 3 Punkte liegen auf $M_{-\frac{1}{4}}$ bzw. auf $M_0$
Zusatz, Ausblick:
$\ddot{x} = -V'(x)$ mit $\dot{(t)} = v(t)$, $\dot{v}(t) = -V(x(t))$, längs $E(x(t), v(t))$ konstant, $E(x, v) = \frac{v^2}{2} + V(x)$

## 8.7 Hinweise zum Blatt 10

1) blatt 8: —p— globales Minimum⇒Kandidat, Nullstelle, dann glob Min.
$p(z_0) \neq 0, \quad p(z) = a_0 + (z - z_0)a_1 + ... + a_n(z - z_0)^k$, hochziehen auf den Fall kleinste Potenz ungleich 0, damit $a_0$ entgegen gewirkt wird. wähle $z - z_0$ entsprechend.
2) Vorlesung, schnittkurven (Ellipsen) keine Mannigfaltigkeit, da sie sich schneiden. 2 lin unabh tangvekt,...
3) z(x,y)=?... Nur Satz implizierte Fu'n. notw. Vorr part abl ach z nicht 0
4) leicht, siehe Hinweis. fu von 2 param minimieren oder 4 para, nebenbed mit normaler abstand
5) Phyikser haben kein Problem.