

Tipps für Blatt 7

Aufgabe 1

$(M_1, d_1), (M_2, d_2)$ metr. Räume (M_2, d_2) vollst.

$D \subset M_1, f : D \rightarrow M_2$ glm st.

Z.Z $\exists_1 g : \bar{D} \rightarrow M_2$ st., so dass $g|_D = f$

(M, d) metr. Raum

$$\Leftrightarrow M \neq \emptyset$$

$$d : M \times M \rightarrow [0, \infty]$$

$$d(x, x) = 0 \forall x \in M$$

$$d(x, y) = d(y, x)$$

$$d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$$

stetig: $\forall x_0 \in D \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in D, d_1(x, x_0) < \delta : d_2(f(x), f(x_0)) < \varepsilon$

glm st.: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x_0 \in D : \forall x \in D, d_1(x, x_0) < \delta : d_2(f(x), f(x_0)) < \varepsilon$

$\bar{D} = \{x \in M_1 : \exists (x_n) \subset D, x_n \rightarrow x (n \rightarrow \infty)\}$

Sei $x \in \bar{D} \setminus D$. Wähle $(x_n) \subset D, x_n \rightarrow x$

$$g(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$$

$$(\tilde{x}_n) \subset D, \tilde{x}_n \rightarrow x$$

Tipp: Betr. $(x_n^*) = (x_1, \tilde{x}_1, x_2, \tilde{x}_2, \dots)$

Aufgabe 2

$$x = \lambda x, x(t) = x(0)e^{\lambda t}$$

Lösung ausrechnen, Limes, dann sieht man es.

Aufgabe 3

Bild ist wichtig (Vektorfeld in x-Richtung betrachten) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ auf D.

(Zeit innerhalb Fluss zum Rand transportiert (explizit ausrechnen)

Springt an einer Stelle (Zeigen !) bei kleiner Variation in y-Richtung

Aufgabe 4

$$l^\infty = \{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} : a_n \text{ beschr.}\}$$

$$B := \{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} : \|(a_n)_{n \in \mathbb{N}}\|\}$$

$$\|(a_n)\|_\infty = \sup\{|a_n| : n \in \mathbb{N}\}$$

Gegenbeispiel Folge von Folgen die keine konv. Teilfolge hat bilden!

Hinweis: $(a_n) = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0, 0)$ (1 an k-ter stelle)

Auch keine Cauchyfolge mehr!

Aufgabe 5

$$\dot{y}(t) + y(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$$

$$\text{Z.z. } y(t) \rightarrow 0$$

$$h(t) := \dot{y}(t) + y(t) \rightarrow 0$$

„löse“ $\dot{y} = h - y$