7 Präsenzblatt vom 17.1.13

7.1 Besprechung Blatt 7

Lief ganz gut!

7.2 Präsenz 9

Fourier-Transformation:
$\tilde{f}(\vec{q}) = \int d^3r f(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}}$
$f(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \tilde{f}(\vec{q}) e^{-i\vec{q}\vec{r}}$

$\oint_r f(z)dz$ = Summe der Residuen der Polstellen in der Fläche, die der Weg umschließt.
$= \pm \sum_i 2\pi i Res(f(z))$

Lösung:
$... = \frac{-b}{(2\pi)^2 ir} \left(\int_0^\infty \frac{dqqe^{-iqr}}{q^2+a^2} - \int_0^\infty \frac{dqqe^{iqr}}{q^+a^2} \right)$
$\int_0^\infty \frac{dqqe^{iqr}}{q^+a^2} = -\int_0^- \infty \frac{dqqe^{-iqr}}{q^2+a^2}$
$\Rightarrow ... = \frac{-b}{(2\pi)^2 ir} \int_{-\infty}^\infty \frac{dqqe^{-iqr}}{q^2+a^2} = \int \frac{dqqe^{-iqr}}{(q-ia)(q+ia)}$
Residuum: oben herum, unten herum oder beides?
$q = x + iy \quad \Rightarrow \quad e^{-ir(x+iy)} = e^{-irx} e^{ry}$
Da $r > 0$ muss also für Konvergenz $y < 0$
Also Weg unten um Polstelle herum!
$... = \frac{-b}{(2\pi)^2 ir} (\underbrace{-}_{unten/gegen\ Uhrzeigersinn} 2\pi i)(\frac{qe^{-iqr}}{q \underbrace{-}_{unten} ia})|_{q=-ia} = \frac{b}{2\pi r} \frac{(-ia)e^{-ar}}{-2ia} = \frac{b}{4\pi} \frac{e^{-ar}}{r}$

$Res(f(c)) = \frac{1}{(k-1)!} \frac{\partial^{k-1}}{\partial z^{k-1}} (z-c)^k f(z)|_{z=c}$
k: Ordnung d. Polstelle, hier 0. $\Rightarrow ... = (z-c)f(z)|_0$

Klein Gordon Gleichung:
$(-\nabla^2 + m^2) f(\vec{r}) = \partial^{(3)} f(\vec{r})$
$\frac{\partial}{\partial x} f(x) \longrightarrow iq_x \tilde{f}(q_x)$
$(-\nabla^2 + m^2) f(\vec{r}) \longrightarrow -i^2 q^2 \tilde{f}(\vec{q}) + m\tilde{f}(q) = 1$
$\Rightarrow \tilde{f}(\vec{q}) = \frac{1}{q^2+m^2} \equiv F(q)|_{a=m,b=1}$