8 Übungsblatt von Informatik 3 zum Mittwoch, den 15.6.2011

Aufgabe 1

Da 0 in jedem lin. Unterraum vorkommt, muss $d_0 \leq \min(w(c)|c \in C \setminus \{0\})$.
Mit d_0 Hammingdistanz haben 2 Codewörter c_1, c_2 Hamming-Abstand $d(c_1, c_2) = d_0$.
Für lineare Codes ist auch $c_1 - c_2$ Codewort, also $w(c_1 - c_2)$=Stellen wo $c_{1i} \neq c_{2i} = d_0$, also hat das Codewort $c_1 - c_2$ das Gewicht d_0.
Somit hat nun mindestens ein Wort Gewicht d_0 und d_0 kann nicht größer als das minimale Gewicht werden.

Aufgabe 2

Normale Hammingcodes haben ein minimales Gewicht von 3, also muss unser neuer (ermittelte) Code mindestens ein minimales Gewicht (Hamming-Distanz) von 3 haben. Bei der Erstellung der Codes wurde für ungerade Gewichte einer Zeile jeweils eine 1 nachgeschoben, sonst eine 0. Somit haben alle Wörter gerades Gewicht, also auch das mit dem minimalen Gewicht. das kleinste gerade Gewicht größer gleich 3 ist 4.
Also $d_0 = 4$

Aufgabe 3

a) $grad(g(x)) = 3 \Rightarrow k = 3 \quad \Rightarrow l = n - k = 4$
$Q(x) = x^3$
$\Rightarrow \tilde{Q}(x) = x^6$
$\frac{\tilde{Q}(x)}{g(x)} =$

$$
\begin{array}{l}
(x^6 \qquad\qquad\qquad\qquad) : (x^3 + x^2 + 1) = x^3 + x^2 + x + \dfrac{x + x^2}{x^3 + x^2 + 1} \\
\underline{x^6 + x^5 + x^3} \\
\quad x^5 + x^3 \\
\quad \underline{x^5 + x^4 + \qquad x^2} \\
\qquad x^4 + x^3 + x^2 \\
\qquad \underline{x^4 + x^3 + \qquad x} \\
\qquad\qquad\qquad x^2 + x
\end{array}
$$

$Q^*(x) = \tilde{Q}(x) - r(x) = x^6 - x^2 - x \quad \Rightarrow 0110001$
Ist Nachricht gestört: $\frac{P(x)}{g(x)} = \frac{x+x^2+x^3+x^4+x^6}{x^3+x^2+1} = x^2 + x^3 + Rest\ x \quad \Rightarrow$ Fehler
Es werden alle 1-Zeichenfehler und Fehlerbüschen der Länge $\mu \leq k = 3$ erkannt"!

b) Wenn Kanalcodepolynom durch Generatorpolynom ohne Rest teilbar ist, dann ist es Kanalcodewort:
$\frac{0010111}{1011100} = \frac{x^6+x^5+x^4+x^2}{x^4+x^3+x^2+1} = x^2 \quad \Rightarrow$ Kanalcodewort!
$\frac{1100011}{1011100} = \frac{x^6+x^5+x+1}{x^4+x^3+x^2+1} = 1 + x^2 + Rest\ x + x^3 \quad \Rightarrow$ kein Kanalcodewort!
$\frac{1010010}{1011100} = \frac{x^5+x^2+1}{x^4+x^3+x^2+1} = 1 + x + Rest\ x \quad \Rightarrow$ kein Kanalcodewort!
$\frac{1010010}{1011100} = \frac{x^5+x^2+1}{x^4+x^3+x^2+1} = 1 + x + x^2 \quad \Rightarrow$ Kanalcodewort!

Aufgabe 4

a) Da C_1, C_2 Untervektorraum von F_q ist (linear) und $C_1 \cap C_2 \subset C_1$, ist $C_1 \cap C_2$ auch Untervektorraumvon F_q, also linear.
Ist ein Codewort c in einem zyklischen Code enthalten, so ist auch jedes davon zyklisch veränderte Codewort enthalten.
Bildet man nun die Schnittmenge zweier Codes, so müssen beide Codes für die gemeinsam enthaltenen Codewörter auch die jeweils zyklisch veränderten Codewörter enthalten, diese also auch zum Schnitt gehören.
Somit sind alle zyklisch veränderten Codewörter von $C_1 \cap C_2$ ebenfalls in $C_1 \cap C_2$, also der entstandene Code zyklisch.

b) Man betrachte für die Schnittmenge der Codes das kleinste gemeinsame Vielfache der generatorpolynome (ungleich 1). $\frac{1+x^4+x^5}{1+x+x^2} = 1 - x + x^3$, $\frac{1+x+x^5}{1+x+x^2} = 1 - x^2 + x^3$
Also $g_{12} = 1 + x + x^2$