Nr 1

Unschärfe-Relation: $\Delta p \, \Delta x \geq \hbar \Rightarrow \Delta p \doteq \frac{\hbar}{\Delta x}$

Kin. Energie: $T = E - E_0 = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2$

ges. Energie: $E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$

Elektron ($m = 0{,}51 \frac{MeV}{c^2}$) in Atom ($\Delta x = 2 \cdot 10^5 fm$)

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{197 \frac{MeV fm}{c}}{2 \cdot 10^5 fm} = 9{,}85 \cdot 10^{-4} \frac{MeV}{c}$$

$$T = \left(\left(0{,}51 \frac{MeV}{c^2}\right)^2 c^4 + \left(9{,}85 \cdot 10^{-4} \frac{MeV}{c}\right)^2 c^2\right)^{1/2} - 0{,}51 \frac{MeV}{c^2} c^2$$

$$= 0{,}95 eV$$

$$E = T + mc^2 = 0{,}95 eV + 0{,}51 \frac{MeV}{c^2} c^2 = 0{,}51 MeV$$

Nukleon ($m = 931 \frac{MeV}{c^2}$) in Kern ($\Delta x = 2 \cdot 10 fm$)

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{197 \frac{MeV fm}{c}}{2 \cdot 10 fm} = 9{,}85 \frac{MeV}{c}$$

$$T = \left(\left(931 \frac{MeV}{c^2}\right)^2 c^4 + \left(9{,}85 \frac{MeV}{c}\right)^2 c^2\right)^{1/2} - 931 \frac{MeV}{c^2} c^2$$

$$= 0{,}05 MeV$$

$$E = T + mc^2 = 0{,}05 + 931 \frac{MeV}{c^2} c^2 = 931{,}05 \frac{MeV}{c^2}$$

Quarks ($m = 3 \frac{MeV}{c^2}$) in Nukleon ($\Delta x = 2 fm$)

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{197 \frac{MeV fm}{c}}{2 fm} = 98{,}5 \frac{MeV}{c}$$

$$T = \left(\left(3 \frac{MeV}{c^2}\right)^2 c^4 + \left(98{,}5 \frac{MeV}{c}\right)^2 c^2\right)^{1/2} - 3 \frac{MeV}{c^2} c^2$$

$$= 95{,}5 MeV$$

$$E = T + \cancel{m} c^2 = 95{,}5 MeV + 3 \frac{MeV}{c^2} c^2 = 98{,}5 MeV$$

Nr 2

a) Antiteilchen bewegen sich rückwärts in der Zeit und haben relativ zu ihren zugeordneten Teilchen anders gepolte Ladung.

b) $e^- \rightarrow e^+$ Positron, $m_e = 0{,}51 \frac{MeV}{c^2}$

$p \rightarrow \bar{p}$ Anti-proton, $m_p = 938{,}3 \frac{MeV}{c^2}$

$\pi^+ \rightarrow \pi^-$ neg. gel. pion, $m_{\pi^+} = 139{,}6 \frac{MeV}{c^2}$

$\pi^0 \rightarrow \pi^0$ (sein eigenes Antiteilchen), $m_{\pi^0} = 135 \frac{MeV}{c^2}$

c) virtuelle Teilchen werden bei den Feynman-Diagrammen als Wechselwirkung benutzt.
Prinzipiell ist jedes Teilchen möglich, besitzt allerdings keine Masse!

c) Über Elektromagnetische Felder lassen sich die Teilchen nach ihrer Ladung trennen, über Blenden nach ihrem Impuls und über Detektoren zur Flugzeitbestimmung nach ihrer Masse.

Nr 3

$$H = \frac{g^2}{4\pi\hbar c}\frac{\hbar c}{r} e^{-\frac{r}{R}} \quad , \quad M = \int H e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{q}\vec{r}} d^3\vec{r}$$

$$\Rightarrow M = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\infty} \frac{g^2}{4\pi\hbar c}\frac{\hbar c}{r} e^{-\frac{r}{R}} e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{q}\vec{r}} r^2 \sin(\vartheta)\, dr\, d\vartheta\, d\varphi$$

$$= \frac{g^2}{2}\int_0^{\pi}\int_0^{\infty} r \sin(\vartheta)\, e^{-\frac{r}{R}-\frac{i}{\hbar}qr\cos(\vartheta)}\, dr\, d\vartheta$$

$$\partial_\vartheta e^{-\frac{i}{\hbar}qr\cos(\vartheta)} = \frac{i}{\hbar}qr \sin(\vartheta) e^{-\frac{i}{\hbar}qr\cos(\vartheta)}$$

$$\Rightarrow r\sin(\vartheta) e^{-\frac{i}{\hbar}qr\cos(\vartheta)} = \frac{\hbar}{iq}\partial_\vartheta e^{-\frac{i}{\hbar}qr\cos(\vartheta)}$$

$$\Rightarrow M = \frac{g^2}{2}\int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{R}} \frac{\hbar}{iq}\left[e^{-\frac{i}{\hbar}qr\cos(\vartheta)}\right]_0^{\pi} dr$$

$$= \frac{g^2\hbar}{q}\left(\int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{R}} \sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right) dr\right)$$

$$= \frac{g^2\hbar}{q}\left(\underbrace{\left[-Re^{-\frac{r}{R}}\sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right)\right]_0^{\infty}}_{=0-0=0} + R\int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{R}}\cos\left(\frac{qr}{\hbar}\right)\frac{q}{\hbar}\, dr\right)$$

$$= \frac{g^2\hbar}{q}\left(R\left(\underbrace{\left[-Re^{-\frac{r}{R}}\cos\left(\frac{qr}{\hbar}\right)\frac{q}{\hbar}\right]_0^{\infty}}_{=0-\left(-R\frac{q}{\hbar}\right)=R\frac{q}{\hbar}} - \frac{q^2R}{\hbar^2}\int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{R}}\sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right) dr\right)\right)$$

Vergleich d. Kammern:

$$M = \frac{g^2\hbar}{q}\cdot\left(\frac{R^2\frac{q}{\hbar}}{\left(1+\frac{q^2R^2}{\hbar^2}\right)}\right) \quad , \quad g^2 = 4\pi\hbar c\alpha \quad , \quad R = \frac{\hbar}{mc}$$

$$\Rightarrow M = \frac{4\pi\hbar^2 c\alpha}{q}\left(\frac{\frac{\hbar q}{m^2c^2}}{1+\frac{q^2}{m^2c^2}}\right)$$

$$= 4\pi\alpha\left(\frac{\hbar^2 c}{q}\frac{\hbar q}{m^2c^2+q^2}\right) = 4\pi\alpha\frac{\hbar c^2}{m^2c^4+q^2c^2}$$