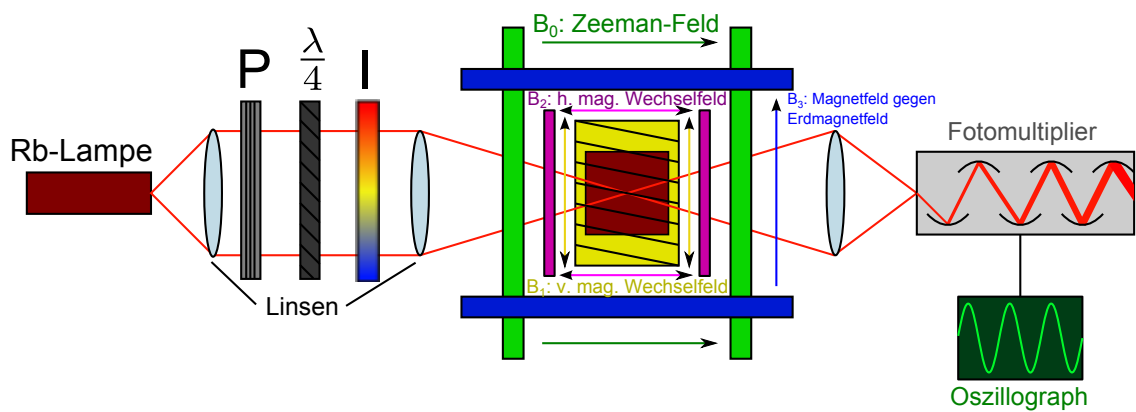


Optisches Pumpen an Rubidium-Isotopen

Dennis Getzkow & Julian Bergmann

3. Februar 2012



Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	1
1.1	Das Bohrsche Atommodell	1
1.2	Feinstruktur	1
1.3	Magnetische Resonanz	5
1.4	Hyperfeinstruktur	6
1.5	Der Zeeman-Effekt	7
1.6	Mehrquantenübergang	8
1.7	Optisches Pumpen	9
2	Versuchsauswertung	14
2.1	Versuchsaufbau	14
2.2	Versuchsaufgaben	15
2.3	Aufgabenbearbeitung	15
2.3.1	Teil 1: Relaxationszeit	15
2.3.2	Teil 2: Kernspin	16
2.3.3	Teil 3: Linearität des Zeeman-Feldes zur Resonanzfrequenz	18
2.3.4	Teil 4: Linearität zwischen Spannungsamplitude und Halbwertsbreite	19
2.3.5	Teil 5: Demonstration des Mehrquantenüberganges	20
3	Anhang	21
3.1	Literaturverzeichnis	21
3.2	Bildquellen	21
3.3	angehangenes Material	22
3.3.1	Teil 1: Relaxationszeit	22
3.3.2	Teil 2: Kernspin	24
3.3.3	Teil 3: Halbwertsbreite	29
3.3.4	Teil 5: Demonstration Mehrquantenübergang	34

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Das Bohrsche Atommodell

1913 entwickelte Niels Bohr das nach ihm benannte Atommodell. In diesem Modell kreisen die Elektronen in festen Bahnen um den positiv geladenen Atomkern. Zudem postulierte er (neben den Kreisbahnen), dass sich die Elektronen strahlungsfrei auf ihren Bahnen bewegen - sprich: ihre Energie bleibt unverändert, solange sie nur auf ihren Bahnen bleiben.

Aus Beobachtungen freier Elektronen könnte man vermuten, dass die Elektronen auf ihren Kreisbahnen unentwegt Energie in Form von sogenannter Bremsstrahlung abgeben. Würde dies auch für gebundene Elektronen gelten, so würden diese, nachdem sie ihre Energie abgestrahlt haben, unweigerlich in den Atomkern stürzen.

Aber auch gebundene Elektronen können Energie (in Form von Photonen) abgeben oder sogar aufnehmen. Bei einer Aufnahme können Elektronen in höhere Bahnen und umgekehrt, bei Energieabgabe, in weiter innen liegende Bahnen wechseln. Allerdings sind für jedes Atom nur diskrete Energiewerte zulässig; diese Energien sind identisch mit den Energiedifferenzen zwischen den Atombahnen.

Das dritte Postulat ist die Quantisierung des Drehimpulses der Elektronen ($L_n = n \cdot \hbar$).

Obwohl dieses, damals völlig neue Modell, experimentelle Beobachtungen viel besser deuten konnte, als die vorigen Atommodelle von Thomson (1903) oder Rutherford (1911), konnte es dennoch nicht alle Beobachtungen erklären. Bei genaueren Untersuchungen zeigten sich Aufspaltungen von Spektrallinien, die es eigentlich nicht geben dürfte. Man spricht in diesem Zusammenhang (unter anderem) von der *Feinstruktur*. Doch wodurch wird diese verursacht?

1.2 Feinstruktur

Gemäß dem Atommodell von Bohr gehen wir davon aus, dass die Elektronen sich auf Kreisbahnen um die Atomkerne bewegen. Aus der Elektrodynamik wissen wir zudem, dass bewegte Ladungen einen elektrischen Strom I darstellen. Die Kreisbahn eines Elek-

trons kann man sich somit als eine mit I durchflossene Leiterschleife vorstellen. Für diesen Strom gilt:

$$I = -\frac{e}{\tau} = -\frac{e}{2\pi r/v_e} \stackrel{L=mv_e}{=} -\frac{e}{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{\pi r^2}$$

Aufgrund von I wird ein Magnetfeld respektive ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$ erzeugt, welches senkrecht auf der Fläche, welche von der Leiterschleife oder in unserem Fall, von der Kreisbahn aufgespannt wird. Man kann daher

$$\mu = \underbrace{\pi r^2}_{\text{Kreisfläche}} \cdot I$$

schreiben. Setzen wir noch I und $m = m_e$ ein und setzen $n = 1$, erhalten wir:

$$\mu_B = \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} \hbar .$$

Diese Konstante ist bekannt als *Bohrsches Magneton*.

Klassisch betrachtet ist das magnetische Moment durch

$$\vec{\mu} = -\gamma \cdot \vec{L}$$

gegeben. Dabei stellt

$$\gamma = \frac{|\vec{\mu}|}{|\vec{L}|} = \frac{1}{2} \frac{e}{m}$$

das *gyromagnetische Verhältnis* dar.

An dieser Stelle führen wir auch den *Landé-Faktor*, auch *gyromagnetischer Faktor* genannt, ein. Dieser ist definiert durch

$$g = \frac{|\vec{\mu}|/\mu_B}{|\vec{L}|/\hbar}$$

Umstellen der Formel liefert uns eine Gleichung die der Bestimmung von $\vec{\mu}$ dienlich ist.

Wir erhalten also

$$\vec{\mu} = -g \cdot \mu_B \frac{\vec{L}}{\hbar} .$$

Man sieht leicht, dass g_l , der Landé-Faktor für den Bahndrehimpuls, gleich eins sein muss¹.

¹Anderenfalls verliert die Gleichung für γ ihre Gültigkeit

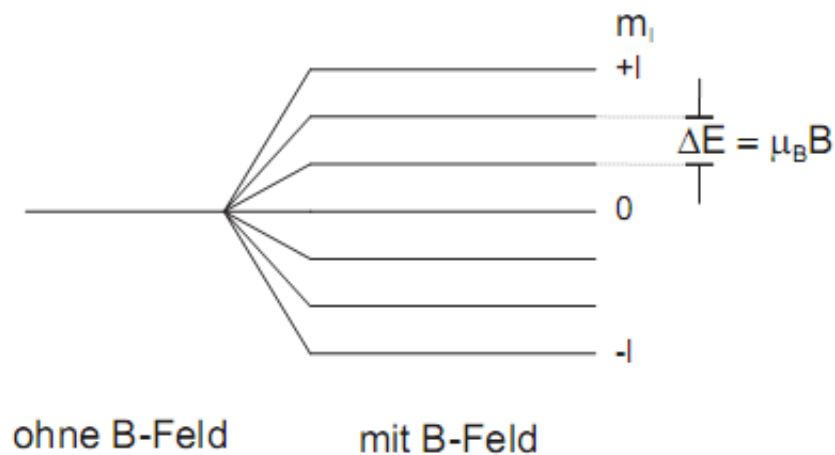


Abbildung 1: Aufspaltung der Niveaulinien im äußeren B-Feld

Gelangt dieses magnetische Moment in ein Magnetfeld mit der magnetischen Flußdichte \vec{B} , dann wirkt ein Drehmoment (man kennt dieses Phänomen beispielsweise von einem Kompass). Man kann zeigen, dass für die Zusatzenergie, verursacht durch die Wechselwirkung der Atomhülle mit dem äußeren Magnetfeld, dann

$$E_{magn} = \langle V_{magn} \rangle = g_l \cdot m_l \mu_B B = m_l \mu_B B$$

mit $\langle V_{magn} \rangle = \langle -\vec{\mu} \vec{B} \rangle$ (Erwartungswert der potenziellen magnetischen Energie)² gilt. $\hbar m_l$ mit $m_l = -l \dots +l$, stellt hier den Drehimpulseigenwert dar; $\max(m_l) = l$ nennt man die Quantenzahl des Bahndrehimpulses.

Durch ein äußeres Magnetfeld gibt es also Energieaufspaltungen, die aus den verschiedenen m_l resultieren - eine wichtige Erkenntnis, auf die wir in Abschnitt 1.5 zurückkommen werden. Diese Aufspaltung findet sich aber auch ohne ein äußeres Magnetfeld. Es muss also noch neben dem magnetischen Moment, welches durch die Bewegung des Elektron um den Atomkern verursacht wird, mindestens ein weiteres inneres magnetisches Moment geben.

Uhlenbeck und Goudsmit führten 1925 als Erklärung für die zusätzlichen Aufspaltungen, den *Elektronenspin* \vec{s} ein. Elektronen kreisen demzufolge nicht nur um den Atomkern, sondern haben auch einen Spin (auch Eigendrehimpuls genannt). Anschaulich kann man

²Für eine genaue Herleitung sei auf die Experimentalphysik 3 verwiesen.

sagen, dass sich die gebundenen Elektronen um die eigene Achse drehen. Da man heute das Elektron als punktförmig ansieht, sollte man diese Vorstellung allerdings mit Vorsicht genießen. Doch zurück zu unserem eigentlichen Anliegen - der Erklärung für die Feinstruktur.

Der Spin verursacht ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_s = -g_s \cdot \mu_B \cdot \frac{\vec{s}}{\hbar}$. Dieses koppelt mit dem uns bereits bekannten $\vec{\mu}_l$ ³ und sorgt wie auch bei einem äußerem Magnetfeld zu einer Energieaufspaltung. Die zugehörige Quantenzahl bezeichnet man als *Spinquantenzahl* $s = \max(m_s)$, wobei $\hbar m_s$, analog zum Bahndrehimpuls, die Eigenwerte des Spins darstellen. Da Elektronen einen halbzahligen Spin haben, ist $m_s = \pm \frac{1}{2}$.

Der Wechselwirkungsterm ist durch

$$V_{ls} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_l$$

gegeben. Man beachte, dass diesmal das B-Feld von der Kreisbewegung des Elektrons herrührt und nicht etwa von einem externen Feld. In der Physik ist es außerdem üblich die Kopplung des Bahndrehimpulses \vec{l} und des Spins \vec{s} durch einen Gesamtdrehimpuls

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

auszudrücken. Analog zu dem bisher betrachteten, ist $j = \max(m_j)$ die Gesamtdrehimpulsquantenzahl. Die Eigenwerte sind durch $\hbar m_j$ gegeben. Die erlaubten j -Werte ergeben sich aus

$$|s - l| \leq j \leq s + l \quad .$$

Für die Energiekorrekturen, verursacht durch die Spin-Bahn-Kopplung, kann man herleiten, dass gilt

$$E_{\text{magn}} = \langle V_{\text{magn}} \rangle = E_{ls} = \frac{\langle a \rangle}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

mit

$$\langle a \rangle = \left\langle \frac{Ze^2 \mu_0 \hbar^2}{8\pi m_e^2 r^3} \right\rangle = \frac{Ze^2 \mu_0 \hbar^2}{8\pi m_e^2} \cdot \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle \quad .$$

³Der Index l soll an dieser Stelle verdeutlichen, dass wir das magnetische Moment des Bahndrehimpulses meinen

Zur Herleitung muss man unter anderem wissen, dass

$$V_{ls} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_l = \frac{g_s}{2} \cdot \frac{Ze^2\mu_0}{8\pi m_e^2 \cdot r^3} \cdot \vec{s} \cdot \vec{l} = \frac{a}{\hbar^2} \cdot \vec{s} \cdot \vec{l}$$

beziehungsweise

$$\langle V_{ls} \rangle = \dots = \left\langle \frac{a}{\hbar^2} \cdot \vec{s} \cdot \vec{l} \right\rangle$$

und

$$\vec{j}^2 = (\vec{l} + \vec{s})^2 = \vec{l}^2 + \vec{s}^2 + 2 \cdot \vec{l} \cdot \vec{s} \implies \vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2}(\vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2) .$$

Die Erwartungswerte von \vec{j}^2 , \vec{l}^2 und \vec{s}^2 sind uns bereits aus früheren Vorlesungen bekannt:

$$\langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\langle \vec{j}^2 \rangle}_{j(j+1)\hbar^2} - \underbrace{\langle \vec{l}^2 \rangle}_{l(l+1)\hbar^2} - \underbrace{\langle \vec{s}^2 \rangle}_{s(s+1)\hbar^2} \right)$$

Dies führt uns schließlich zum oben genannten Ergebnis.⁴ Wie wir bereits wissen, ist $m_s = \pm \frac{1}{2}$; folglich ist das maximale Element $s = \frac{1}{2} \xrightarrow{l=0} j = \frac{1}{2}$. Eingesetzt in unsere Formel für die Energiekorrektur:

$$E_{ls+} = \frac{\langle a \rangle}{2} l \quad E_{ls-} = -\frac{\langle a \rangle}{2} (l + 1)$$

Bisher können wir festhalten, dass die Kopplung der magnetischen Momente des Bahndrehimpulses und des Elektronenspins eine Aufspaltung der Energie oder besser gesagt, eine Niveaufspaltung bewirken, die man als Feinstruktur bezeichnet. Die Frage, ob es noch weitere innere magnetische Momente gibt, muss mit „Ja“ beantwortet werden, wie wir in Abschnitt 1.4 sehen werden.

1.3 Magnetische Resonanz

Angemerkt sei an dieser Stelle, dass man die Spins auch umklappen kann. Um zu verstehen, wie man dies bewerkstelligen kann, muss man wissen, dass die Elektronen eine Präzessionsbewegung ausführen. Diese Bewegung ist vergleichbar mit der Bewegung eines rotierenden Kreisels, welcher, nachdem man ihn angetippt hat, neben der Drehung

⁴Erneut sei an dieser Stelle für die genaue Herleitung an die Fachliteratur oder die Experimentalphysik 3 verwiesen

um die eigene Achse auch eine Bewegung mit der Frequenz ω_p vollführt, um der Wirkung der Gravitation möglichst lange zu entgehen - sprich: der Kreisel versucht nicht umzufallen.

Ebenso verhält es sich bei den Elektronen. Nur präzessieren die Elektronen nicht, um nicht der Gravitation anheim zu fallen. An Stelle der Gravitation treten die Magnetfelder innerhalb des Atoms. Soll heißen: die Elektronen präzessieren um die Feldlinien des B-Feldes. Für diese Frequenz gilt:

$$\Delta E = E_+ - E_- = \hbar\omega_p = g_s \cdot \mu_B \cdot B \implies \omega_p = \frac{g_s \cdot \mu_B \cdot B}{\hbar}$$

Diese Frequenz bezeichnet man als *Larmorfrequenz*. Setzt man die Elektronen nun einer solchen Frequenz aus, bewirkt die so verursachte Resonanz, dass die Elektronenspins umklappen. Die Elektronen wechseln also ihre „Drehrichtung um die eigene Achse“. Etwas allgemeiner kann man auch sagen:

$$\omega_L = \frac{g \cdot \mu_B \cdot B}{\hbar}$$

Diese Frequenz wurde nach Joseph Larmor benannt und heißt dementsprechend *Larmorfrequenz*. Wie wir gleich sehen werden, sind Elektronen nicht die einzigen Teilchen, die über einen umklappbaren Spin verfügen.

1.4 Hyperfeinstruktur

Nicht nur die Elektronen verfügen über einen Eigendrehimpuls. Auch Atomkerne haben einen Spin \vec{I} . Natürlich verursacht auch dieser ein magnetisches Moment μ_I , welches mit den bereits vorgestellten Momenten koppelt. Die Energiewerte werden also nochmals aufgespalten.

Analog zu dem Bohrschen Magneton, können wir ein *Kernmagneton* definieren:

$$\mu_{Kern} = \mu_K = \frac{1}{2} \frac{e}{m_p} \hbar \quad (\ll \mu_B, \text{ da } m_e \ll m_p)$$

mit dessen Hilfe können wir eine Formel für das neue magnetische Moment angeben:

$$\vec{\mu}_I = g_I \cdot \frac{\mu_K}{\hbar} \vec{I}$$

Aber auch den Wechselwirkungsterm bzw. die potenzielle magnetische Energie wollen wir umschreiben, damit er der neuen Situation gerecht wird:

$$V_{HFS} = -\vec{\mu}_I \vec{B}_{\text{Hülle}}$$

Dabei ist $B_{\text{Hülle}}$ meistens nicht ohne weiteres anzugeben, doch wollen wir dieses Problem hier nicht weiter thematisieren. In jedem Fall kann man (ohne Herleitung) angeben, dass

$$E_{HSF} = \langle V_{HFS} \rangle = \langle -\vec{\mu}_I \vec{B}_{\text{Hülle}} \rangle \propto \langle \vec{I} \cdot \vec{J} \rangle$$

mit

$$\langle \vec{I} \cdot \vec{J} \rangle = \frac{\hbar^2}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \quad .$$

F stellt hier den Gesamtdrehimpuls des Atoms dar, für den gilt:

$$\vec{F} = \text{Kerndrehimpuls} + \text{Hüllendrehimpuls} = \vec{I} + \vec{J}$$

$$|J - I| \leq F \leq J + I$$

Im Übrigen besitzen auch die elektrisch neutralen Neutronen ein magnetisches Moment, was als Hinweis dafür angesehen werden kann, dass Neutronen über eine innere Struktur verfügen, die dies möglich macht.

1.5 Der Zeeman-Effekt

Bereits in Abschnitt 1.2 haben wir erfahren, dass äußere Magnetfelder zu einer Niveaufspaltung führen (siehe auch Abbildung 1). Je nachdem, ob für das betroffene Atom $S = 0$ oder $S \neq 0$ gilt, unterscheidet man zwischen dem *normalen* und dem *anomalen Zeeman-Effekt*.

Richten wir unseren Blick zurück zu $E_{\text{magn}} = g_l \cdot m_l \mu_B B$ (mit $g_l = 1$ bzw. $g_L = 1$. Man

kann unschwer erkennen, dass in der Formel lediglich der Bahndrehimpuls Beachtung findet. Dennoch handelt es sich bereits bei dieser Formel um die *Zeeman-Energie*, die stets von äußeren und nicht von inneren Magnetfeldern verursacht wird. Da wir wissen, dass neben dem, durch die Kreisbewegung der Elektronen verursachtem Magnetfeld, weitere innere Magnetfelder existieren, die berücksichtigt werden müssen, erscheint es angebracht, die Formel der Zeeman-Energie dementsprechend anzupassen. Daher schreiben wir nun:

$$E_{Zeeman(FS)} = g_J \cdot m_J \mu_B B$$

$$\text{mit } g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Für den normalen Zeeman-Effekt ($S = 0$) kann man vereinfachend $E_{Zeeman(FS)} = m_J \mu_B B$ schreiben, da $g_J = 1$.

Betrachtet man neben der Feinstruktur auch die Hyperfeinstruktur, so ist die Zeeman-Energie:

$$E_{Zeeman(HFS)} = g_F \cdot m_F \mu_B B$$

$$\text{mit } g_F = \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}$$

1.6 Mehrquantenübergang

Um unseren Versuch durchführen zu können, brauchen wir neben dem oben Besprochenen, auch noch Kenntnis darüber, was ein *Mehrquantenübergang* ist. Dazu sollte man aber auch wissen, was eigentlich ein „einfacher“ Übergang ist.

Werden Atome angeregt, so gelangen Elektronen von einer Bahn auf die nächst höhere. Bei genügend hoher Energie, ist es gar möglich, dass das betroffene Atom ionisiert wird und somit ein (oder mehrere) Elektron(en) verliert. Dabei muss, wie bereits erwähnt, dem Elektron eine Energie zuteil werden, die der Energiedifferenz zwischen den beiden Bahnen bzw. der Ionisationsenergie entspricht. Anschaulich macht das angeregte Elektron einen Sprung von der einen Bahn zur nächsten.

Nun kann aber der Fall auftreten, dass das Elektron mangels Energie, nicht zur nächsten Bahn gelangen kann, es aber genau das versucht, indem es zwischen den Bahnen einen Zwischenstopp einlegt. Dann macht das Lepton also zwei Sprünge, bis es an seinem Ziel,

der nächst höheren Bahn, ankommt. Dieses eigentlich verbotene Verhalten wird durch die Heisenbergsche Unschärferelation ermöglicht. Nach dieser gilt:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Für eine kurze Zeit werden somit „Energieverschmierungen“ erlaubt, die den Elektronen für ihren Zwischenstop sogenannte virtuelle Niveaus - zwischen den eigentlich erlaubten Niveaulinien - zur Verfügung stellen. Im Prinzip können Elektronen mehr als nur einen Zwischenstop einlegen; allerdings gilt, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten mehrerer virtueller Niveaus, viel geringer ist, als das Auftreten eines einzelnen.

Im Versuch werden wir (externe) Magnetfelder nutzen, um die Elektronen zu Zweiquantenübergängen zu verleiten.

1.7 Optisches Pumpen

Optisches Pumpen allgemein

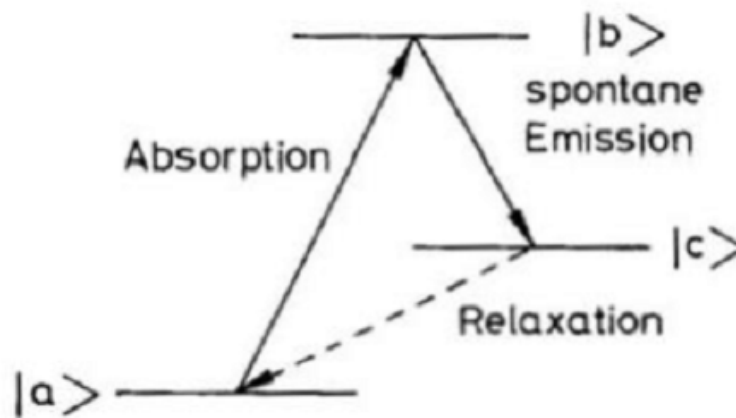


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Pumpens

In unserem Versuch nimmt das *Optische Pumpen* eine besondere Rolle ein. Im Prinzip ist mit „Pumpen“ gemeint, dass die Elektronen auf höhere Bahnen gehoben, die Atome also angeregt werden. Da Atome energieärmere Zustände bevorzugen, erwartet man, dass die Elektronen gleich wieder in den ursprünglichen Zustand zurückkehren. Allerdings verfügen Atome von z.B. Rubidium über metastabile Zustände. Regt man solche Atome mittels geeigneter Photonen an, so gelangen die Elektronen von Zustand

$|a\rangle$ nach Zustand $|b\rangle$. Die Leptonen haben nun zwei Möglichkeiten: entweder sie fallen gleich in den Grundzustand zurück oder aber, sie verweilen eine Zeit lang bei $|c\rangle$, bevor sie dann doch letztendlich in den Grundzustand wechseln. In jedem Fall werden die Elektronen ihrerseits Photonen emittieren, um der Energiedifferenz zwischen den Zuständen gerecht zu werden.

Das Ziel des Pumpens ist, dass möglichst viele Elektronen von $|a\rangle$ über $|b\rangle$ nach $|c\rangle$ wechseln. Im Idealfall ist der Grundzustand, nach genügend langem Pumpen, völlig unbesetzt. Dem entgegen steht allerdings, dass die Elektronen nur für eine gewisse Zeit quasistationäre Zustände einnehmen können und danach durch *Relaxation* diesen verlassen. Die Verweilzeit auf $|b\rangle$ trägt den Namen *Relaxationszeit* T_1 .

Will man den Grundzustand „leeren“, so müssen mehr Pumpprozesse stattfinden als es Relaxationsprozesse gibt. Schreiben wir für die Anzahl der Teilchen in höheren Zuständen N_+ und für solche in niedrigeren N_- , dann sei $n = N_+ - N_-$. Die zeitliche Änderung der Relaxation ist dann

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{T_1}.$$

Der Pumpvorgang kann durch die Zunahme der Elektronen bei $|c\rangle$ bzw. Abnahme selbiger bei $|a\rangle$ durch

$$\begin{aligned}\dot{N}_+ &= +cLN_- \\ \dot{N}_- &= -LN_-\end{aligned}$$

beschrieben werden. Dabei stellt L die Intensität des Pumplichtes und c die Lichtgeschwindigkeit dar. Ferner können wir uns eine Pumprate $\frac{1}{T_L} = cL$ und $\tilde{n} = N_+ + N_-$ definieren; somit können wir den Pumpprozess wie folgt beschreiben:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\tilde{n} - n}{T_L}$$

Da die Prozesse der Relaxation und des Pumpens einander entgegen wirken, können wir für $\frac{dn}{dt}$ final festhalten:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\tilde{n} - n}{T_L} - \frac{n}{T_1}$$

Gehen wir nun im nächsten Schritt von einem stationären Fall aus, dann ist die Ableitung gleich Null und wir erhalten

$$n_s = \tilde{n} \left(1 + \frac{T_L}{T_1} \right)^{-1} .$$

Erweitern wir unsere Überlegungen auf nichtstationäre Fälle, also $\frac{dn}{dt} \neq 0$, so kommen wir nicht umhin, $\frac{dn}{dt}$ zu berechnen und erhalten

$$n = n_s \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ mit } \tau = \frac{T_1 T_L}{T_1 + T_L} .$$

Bei einer genügend kleinen Pumprate, also $T_L > T_1$, kann die Relaxationszeit direkt bestimmt werden, da dann $\tau \approx T_1$

Vollführen wir erfolgreich die Pumpprozesse, so gibt es verschiedene Methoden, dies auch nachzuweisen. Wir können z.B. die Intensität des transmittierten Pumplichtes. Schließlich sollte es ja durch das Pumpen, weniger Elektronen geben, die angeregt werden könnten. Die Intensität bzw. die Transmission wird also nach erfolgreichem Pumpen höher sein, als zu Beginn des Prozesses.

Alternativ kann man auch die Fluoreszenzemission betrachten. Die Idee dahinter ist, dass je weniger Elektronen im Grundzustand sind, desto weniger Elektronen kann es geben, die von $|b\rangle$ auf $|c\rangle$ wechseln und dabei (messbare) Photonen emittieren.

Optisches Pumpen an Rubidium

In unserem Versuch verwenden wir unsere Kenntnisse zum Optischen Pumpen an dem Alkalimetall Rubidium. Diesen Termschema kann Abbildung 3 entnommen werden.

Der Grundzustand, den wir bislang mit $|a\rangle$ bezeichnet haben, ist hier durch $|^2S_{1/2}, m_s = -\frac{1}{2}\rangle$, der Zwischenzustand $|b\rangle$ durch $|^2P_{1/2}, m_s = +\frac{1}{2}\rangle$ und der metastabile Zustand $|c\rangle$ durch $|^2S_{1/2}, m_s = +\frac{1}{2}\rangle$ gegeben.

Als Pumplicht findet eine Rubidiumlampe Anwendung. Dadurch wird gewährleistet, dass die Wellenlänge des Lichts zur Anregung geeignet ist. Da wir aber nur einen ganz bestimmten Übergang induzieren wollen, welcher die Verwendung der D1-Linie des Pumplichtes voraussetzt, müssen wir störende Wellenlängen heraus filtern. Wie dies in unserem Versuch vonstatten geht, kann man dem nächsten Abschnitt entnehmen.

Um den Pumpvorgang zu veranschaulichen, bedienen wir uns des Kastler-Diagramms.

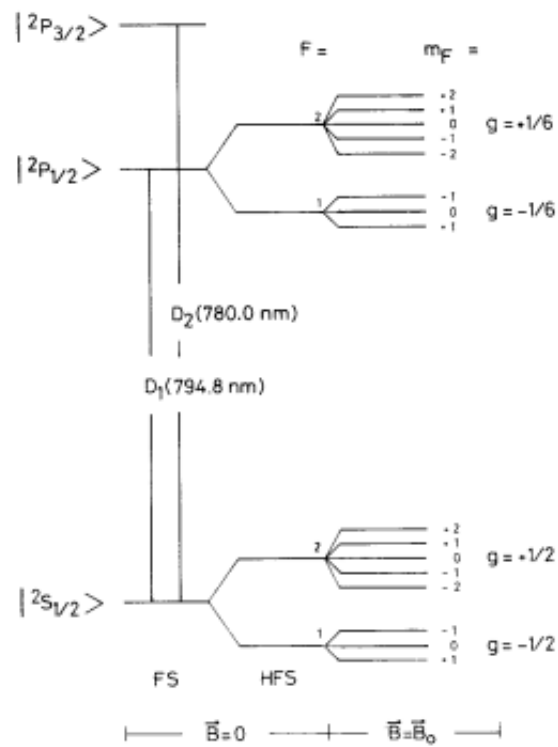


Abbildung 3: Termschema von Rubidium (inkl. Fein-, Hyperfeinstruktur und Zeeman-Effekt)

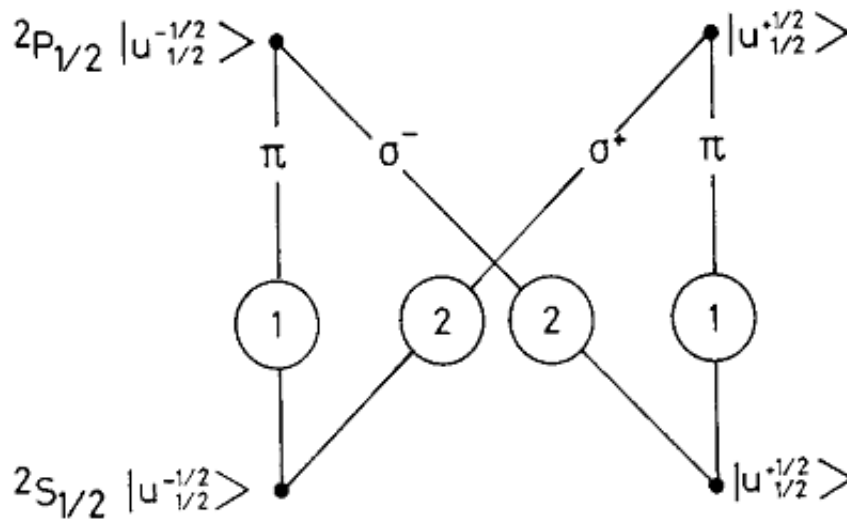


Abbildung 4: Kastlerdiagramm eines Alkaliatoms mit relativen Übergangswahrscheinlichkeiten

Diesem kann man entnehmen, dass das Verhältnis der Übergänge in den Grundzustand und dem metastabilen Zustand, 2:1 ist. Außerdem können wir, unter Voraussetzung einer annähernden Gleichbesetzung der Zustände $|^2S_{1/2}, m_s = -\frac{1}{2}\rangle$ und $|^2S_{1/2}, m_s = +\frac{1}{2}\rangle$, den Polarisationsgrad P bestimmen:

$$P = \frac{n}{\tilde{n}} = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = \frac{(50 + \frac{50}{3}) - (50 - \frac{50}{3})}{(50 + \frac{50}{3}) + (50 - \frac{50}{3})} = \frac{1}{3}$$

2 Versuchsauswertung

2.1 Versuchsaufbau

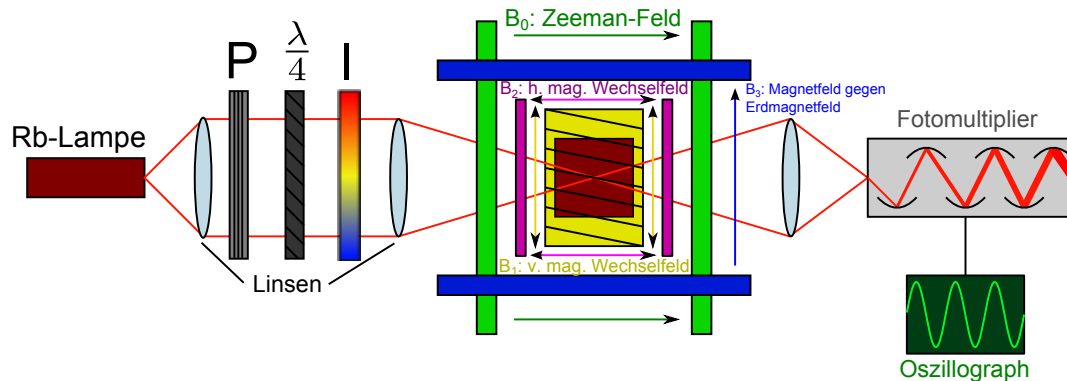


Abbildung 5: Schematischer Aufbau des Versuches über optisches Pumpen an Rubidium
P: Polarisationsfilter (linear), $\frac{\lambda}{4}$: $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen zur Polarisation (zirkular)
I: Interferenzfilter, \vec{B}_0 : Zeeman-Feld, \vec{B}_1 : vertikales Wechsel-Magnetfeld,
 \vec{B}_2 : horizontales Wechsel-Magnetfeld, \vec{B}_3 : Magnetfeld gegen Erdmagnetfeld

Im praktischen Teil des Versuches wird das aus einer Rubidiumlampe abgestrahlte Licht auf eine mit Rubidium-Gas (^{85}Rb und ^{87}Rb) gefüllte Gaskammer gelenkt (siehe Abbildung 1). Dabei wird das Licht vor dem Auftreffen auf die Gaskammer mittels Polarisationsfilter zunächst linear polarisiert, um dann durch ein $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen rechts-zirkular polarisiert werden zu können. Hiernach wird noch das unerwünschte Rubidium-Spektrum durch einen Interferenzfilter abgeschirmt, sodass nur noch die D1-Linie des Rubidiums auf die Gaskammer trifft.

Die Gaskammer selbst liegt in mehreren Magnetfeldern. Das erste der Magnetfelder \vec{B}_0 ist das Zeeman-Feld und liegt längs des Strahlenganges über 2 große Helmholtzspulen ($n=248$, $r=20\text{cm}$) an. Die beiden großen, dazu senkrecht liegenden Helmholtzspulen erzeugen dabei ein Magnetfeld \vec{B}_3 zur Abschirmung des Erdmagnetfeldes. Die übrigen Spulen für \vec{B}_1 und \vec{B}_2 erzeugen dabei Wechselfelder und werden je nach Aufgabenteil aktiviert.

Das für den Pump-Vorgang nicht verwendete Licht transmittiert und trifft auf den Photomultiplier, der das Signal verstärkt und anschließend an einem Oszillographen sendet.

2.2 Versuchsaufgaben

1. Zunächst soll die longitudinale Relaxationszeit bestimmt werden. Hierzu wird lediglich das Zeeman-Feld (zum obligatorischen Gegenfeld zum Erdmagnetfeld) eingeschaltet und über eine Rechteck-Spannung adiabatisch umgepolt. Aus dem Abfall der Kurve in der Oszillograph-Ausgabe lässt sich die Relaxationszeit bestimmen.
2. Hier soll nun der Kernspinn der beiden Rubidiumisotope über das Magnetfeld \vec{B}_1 ermittelt werden. Dabei wird die angelegte, sinusförmige Spannung der Spulen von \vec{B}_1 bei der magnetische Resonanz auftritt, sowie die beiden Resonanzfrequenzen (für 2 Isotope) für 5 Zeeman-Felder zwischen 80mA und 100mA notiert.
3. Für die im 2. Teil ermittelten Werte soll ein lineare Zusammenhang zwischen den angelegten Zeeman-Feldern und der Resonanzfrequenz ermittelt werden.
4. In diesem Teil wird das Zeeman-Feld konstant gehalten und die Amplitude der Spannung von \vec{B}_1 variiert. Dabei wird nun die Halbwertsbreite des ersten Isotops zusammen mit der dazugehörigen Amplitude für 5 Spannungs-Amplituden gemessen. Zu zeigen ist ein linearer Zusammenhang zwischen Amplitude und Halbwertsbreite.
5. Zuletzt soll ein Mehrquantenübergang demonstriert werden, indem nun das letzte Magnetfeld \vec{B}_2 hochfrequent (10-30kHz) aktiviert wird. Anhand des daraus erzeugten Intensitätsdiagramms soll die zum 1. Mehrquantenübergang passende Frequenz ν_2 bestimmt werden.

2.3 Aufgabenbearbeitung

2.3.1 Teil 1: Relaxationszeit

Indem die Rubidium-Isotope mit der D1-Linie bestrahlt werden, werden Elektronen der Isotope indirekt in den metastabilen Zustand gepumpt. Dabei werden die Photonen absorbiert, was sich in einer geringen Transmission widerspiegelt. Wird dabei ein

Sättigungswert des metastabilen Zustandes erreicht, können viel mehr Photonen transmittieren, was gut im Oszilloskop erkennbar ist. Indem wir nun das Zeeman-Feld umpolen, erreichen wir das Vertauschen des Grundzustandes mit dem metastabilen Zustand, wodurch der Sättigungsprozess erneut stattfinden kann.

Die Relaxationszeit τ bezeichnet hierbei die Zeit $T_{1/2}$ bis zum Erreichen der Hälfte des Sättigungswertes auf $\ln(2)$ normiert, welche aus den 3 Ausdrücken aus Anhang 3.3.1 entnommen werden und gemittelt werden kann:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{14,3ms}{\ln(2)} = 20,6ms, \quad \tau_2 = \frac{14,3ms}{\ln(2)} = 20,6ms, \quad \tau_3 = \frac{14,9ms}{\ln(2)} = 21,5ms \\ \Rightarrow \tau_\phi &= \frac{(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)ms}{3} = \frac{(20,6 + 20,6 + 21,5)ms}{3} = 20,9ms \end{aligned}$$

Sinnvoll wäre es neben dem Mittelwert-Fehler von 0,9ms auch den Ablesefehler zu betrachten, der hier bei ca. 1mm, also 2,9ms liegt:

$$\Rightarrow \tau = 20,9ms \pm 3,8ms$$

2.3.2 Teil 2: Kernspin

Im 2. Teil des Versuches wird das Wechsel-Magnetfeld \vec{B}_2 (siehe Abbildung 1) senkrecht zum Zeeman-Feld eingeschaltet. Wie bereits im Theorieteil beschrieben, bewirkt das Feld, insofern es die gleiche Frequenz wie die Präzessionsfrequenz eines der Rb-Isotope besitzt, eine magnetische Resonanz mit diesen. Dabei wird maximal viel Licht absorbiert, weshalb die registrierte Photo-Transmission bei dieser Frequenz ein Minimum aufweist.

Die Frequenz des Magnetfeldes wird dabei schrittweise erhöht und die Transmission dagegen in einem Graphen aufgetragen und die beiden Resonanzfrequenzen für die jeweiligen Isotope graphisch ermittelt. Aus diesen Frequenzen kann der Kernspin dann

über folgende Formel errechnet werden:

$$\Delta E = \Delta m_F g_F \mu_B B \quad (2)$$

Dabei ist $E = h\nu$ und $\Delta m_F = 1$, sowie $^2S_{\frac{1}{2}}$, also $L = 0$, $S = \frac{1}{2}$ und $J = \frac{1}{2}$.

Daraus ergibt sich $F = I + J = I + \frac{1}{2}$ und $g_F = \frac{2}{2I+1}$.

Das noch fehlende Magnetfeld können wir mittels $B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{I_s N}{r}$ bestimmen.

Setzen wir dies in Formel (2) ein, erhalten wir für unseren Kernspin I:

$$I = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 \mu_B N I_s}{r \nu} \quad (3)$$

In unserem Fall kennen wir zusätzlich zu den Naturkonstanten den Spulenradius $r = 0,2m$, die Spulenwindungszahl $N = 248$ sowie die angelegte Spannung I_s und die Resonanzfrequenz ν , die wir beide variieren.

Damit lassen sich die Ergebnisse aus den Analysen von Anhang 3.3.2 tabellarisch darstellen (I_1, ν_1 für ^{85}Rb und I_2, ν_2 für ^{87}Rb):

$I_s (mA)$	$B (T)$	$\nu_1 (kHz)$	I_1	$\nu_2 (kHz)$	I_2
80,2	$8,94213 \times 10^{-5}$	424	2,45278	630	1,48727
84	$9,36582 \times 10^{-5}$	438	2,49383	653	1,50812
88	$9,81181 \times 10^{-5}$	460	2,4864	689	1,49382
92	$1,02578 \times 10^{-4}$	479	2,4983	718	1,50026
96	$1,07038 \times 10^{-4}$	500	2,49726	747	1,5062

Daraus folgt $I_1 = 2,486$ und $I_2 = 1,499$.

Da wir hierbei 2 fehleranfällige Parameter verrechnen, ergibt sich der Fehler aus der Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned} \Delta I &= \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial I_s} \cdot \Delta I_s\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial \nu} \cdot \Delta \nu\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 \mu_B N}{r \nu} \cdot 0,1mA\right)^2 + \left(-\frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 \mu_B N I_s}{r \nu^2} \cdot 1kHz\right)^2} \end{aligned}$$

Dadurch ergibt sich $\Delta I_1 = 0,0172$ und $\Delta I_2 = 0,0034$, somit sind die Ergebnisse hier

also:

$$I_1(^{85}\text{Rb}) = 2,486 \pm 0,0172 \quad I_2(^{87}\text{Rb}) = 1.499 \pm 0,0034$$

Die Werte liegen dabei nahe an den Literaturwerten von $I_1 = 2,5$ bzw. $I_2 = 1,5$.

2.3.3 Teil 3: Linearität des Zeeman-Feldes zur Resonanzfrequenz

Um den linearen Zusammenhang zwischen Zeeman-Feld und Resonanzfrequenz zu zeigen, stellen wir die Werte aus Aufgabe 2 grafisch dar:

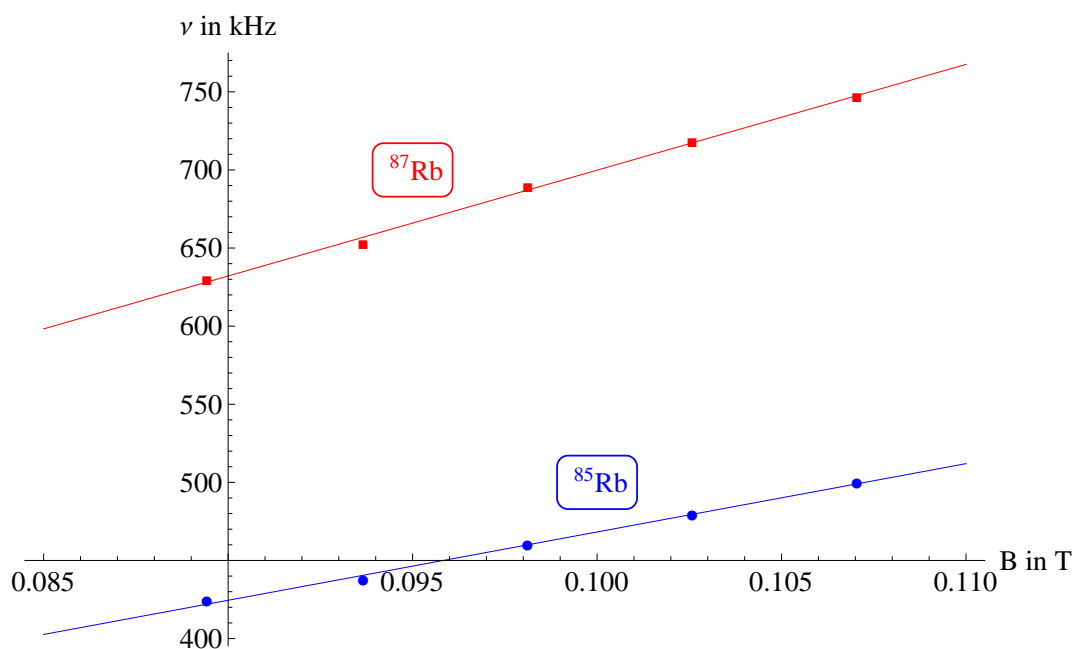


Abbildung 6: Plot der Magnetfeld-Stärke des Zeeman-Feldes gegen die Resonanzfrequenz der Rubidium-Isotope

Wie man in Abbildung 2 gut erkennen kann, weichen die Messpunkte nur wenig von den gefitteten Geraden ab womit ein linearer Zusammenhang gegeben ist.

Der Fehler der Linearität kann hier als Standardabweichung angegeben werden, die mittels folgender Formel berechnet werden kann:

$$\sigma = \frac{\sum_n (y - f(x))}{n} \quad (4)$$

Dabei ist y der Messwert und $f(x)$ der Wert der gefitteten Gerade an gleicher x -Position.

Dies bringt uns zu dem Ergebnis: $\sigma_1 = 2,3\text{kHz}$ und $\sigma_2 = 4,6\text{kHz}$. Dies ist ein kleiner

relativer Fehler (etwa 4%), beachtet man die Messwert-Ausdehnung von 76kHz bzw. 117kHz. Dies deckt sich auch mit der Beurteilung von Abbildung 2, da die Punkte alle fast auf der gefitteten Gerade liegen.

2.3.4 Teil 4: Linearität zwischen Spannungsamplitude und Halbwertsbreite

Wir halten nun unser Zeeman-Feld konstant bei 0,86mA und variieren die Amplitude der Spannung des dazu vertikalen Wechsel-Magnetfeldes \vec{B}_1 .

Aus den dabei aufgenommenen Werten, angehangen in Anhang 3.3.3, lässt sich folgende Tabelle aufstellen:

Amplitude (V)	linker Rand (kHz)	rechter Rand (kHz)	Halbwertsbreite (kHz)
0,5	420	428	8
0,96	419	430	11
1,8	423	442	19
2,5	415	437	22
3,2	409	439	30

Das Plotten der Werte führt dabei zu Abbildung3:

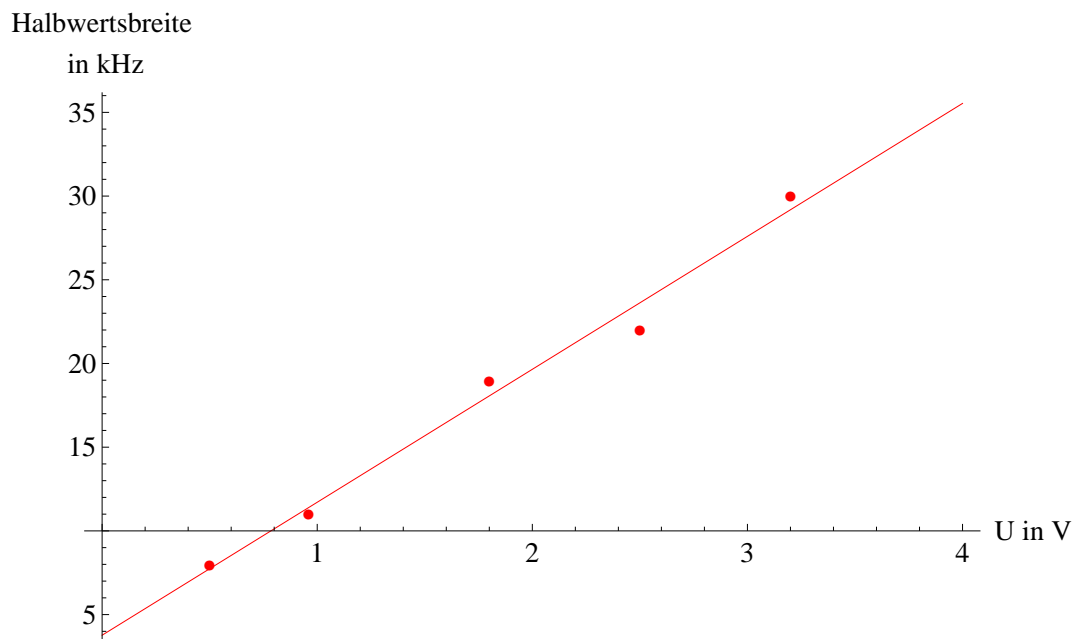


Abbildung 7: Plot der Spannungs-Amplitude des Magnetfeldes \vec{B}_1 gegen die Halbwertsbreite des Rubidium-Isotops ^{85}Rb

Wie man in Abbildung 3 erkennen kann, liegt auch hier ein linearer Zusammenhang vor.

Den Fehler berechnen wir wieder mit Formel (4), was zu $\sigma = 0,88\text{kHz}$ führt, also, betrachtet man die Messwert-Ausdehnung von 22kHz , wie in Aufgabe 3 zu einem kleinen relativen Fehler von etwa 4% führt.

2.3.5 Teil 5: Demonstration des Mehrquantenüberganges

Zur Demonstration des Mehrquantenüberganges wurde wie bereits zuvor erwähnt ein Wechsel-Magnetfeld mit 15kHz parallel zum Zeeman-Magnetfeld angelegt. Gemäß der Erwartung kann in der Messung aus Anhang 3.3.4 um jeweils 15kHz Verschiebung vom eigentlichen Punkt der magnetischen Resonanz ein weiteres Minimum, der 2-Quantenübergang, bei beiden Isotopen erkannt werden. Weniger auffällig sind der 3- und 4-Quantenübergang, jedoch noch gut zu erkennen.

3 Anhang

3.1 Literaturverzeichnis

- Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Paul A. Tipler, 6. Auflage im Spektrum-Verlag
- Skript zur Vorlesung „Atom- und Quantenphysik“, Prof. Dr. Alfred Müller, Wintersemester 2010/11 JLU-Gießen
- vom Betreuer ausgegebenes Material

3.2 Bildquellen

Aus dem Skript zur Vorlesung „Atom- und Quantenphysik“, Prof. Dr. Alfred Müller, Wintersemester 2010/11 JLU-Gießen:

- **Bild1:** Aufspaltung der Niveaulinien im äußeren B-FeldSeite: 3

Aus dem, vom Betreuer ausgegebenen Material:

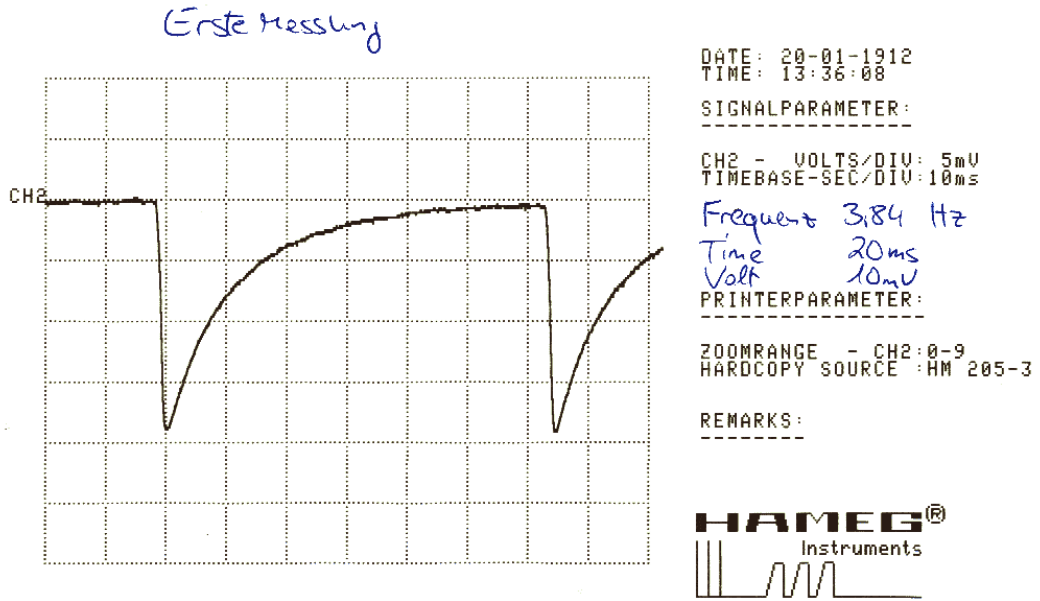
- **Bild2:** Schematische Darstellung des Pumpens Seite: 9
- **Bild3:** Termschema von RubidiumSeite: 12 (inkl. Fein-, Hyperfeinstruktur und Zeeman-Effekt)
- **Bild4:** Kastlerdiagramm eines Alkaliatoms Seite: 12 mit relativen Übergangswahrscheinlichkeiten

Von den Praktikanten selbst erstellte Bilder:

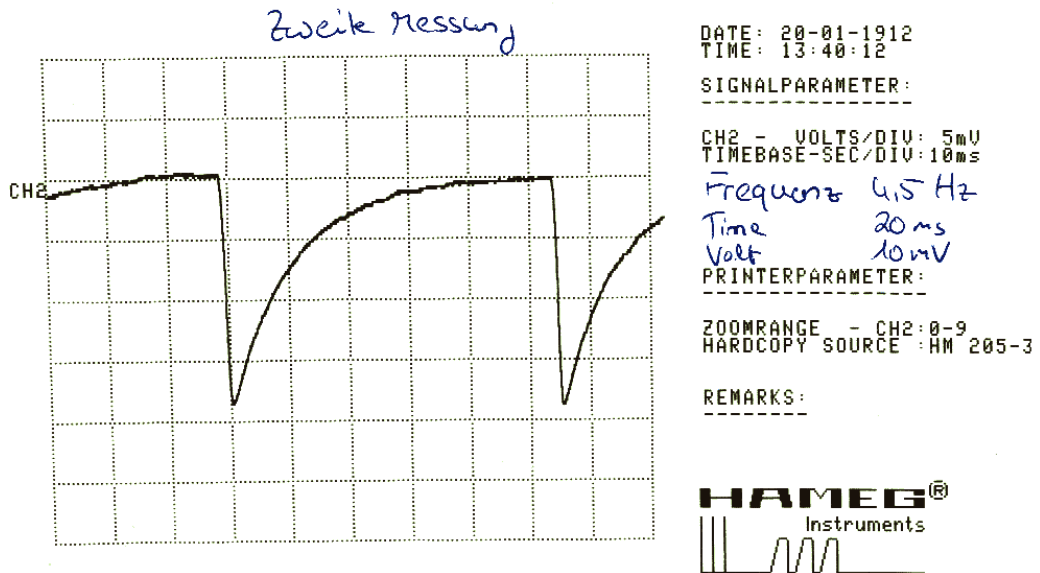
- **Bild5:** Schematischer Aufbau v. optisches Pumpen an RubidiumSeite: 14
- **Bild6:** Geraden-Fit Magnetfeld-Stärke gegen Resonanzfrequenz Seite: 18
- **Bild7:** Geraden-Fit Spannungs-Amplitude \vec{B}_0 gegen Halbwertsbreite ..Seite: 19

3.3 angehangenes Material

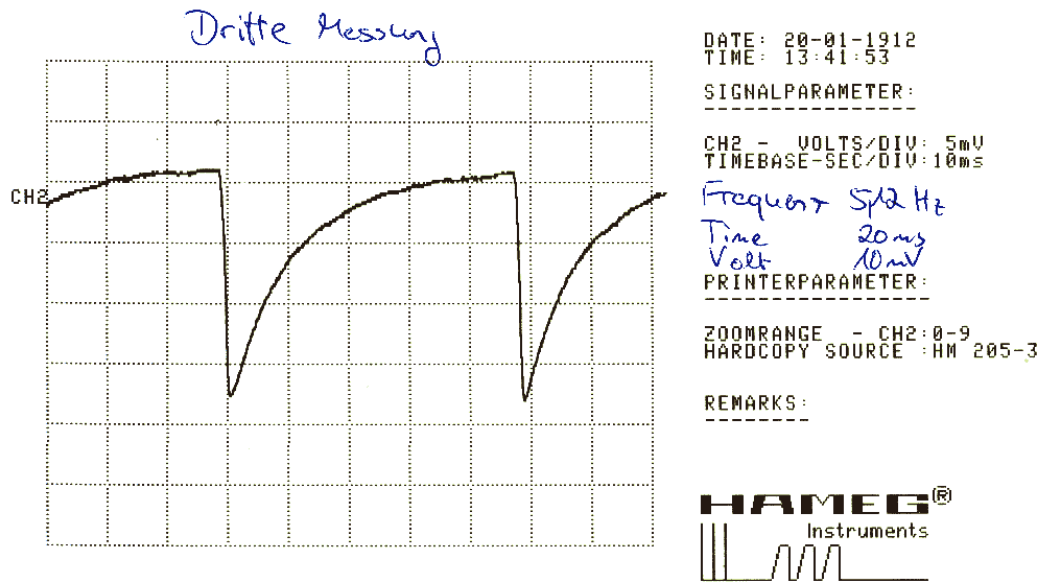
3.3.1 Teil 1: Relaxationszeit



1. Messung Relaxationszeit im einfachen Zeeman-Feld

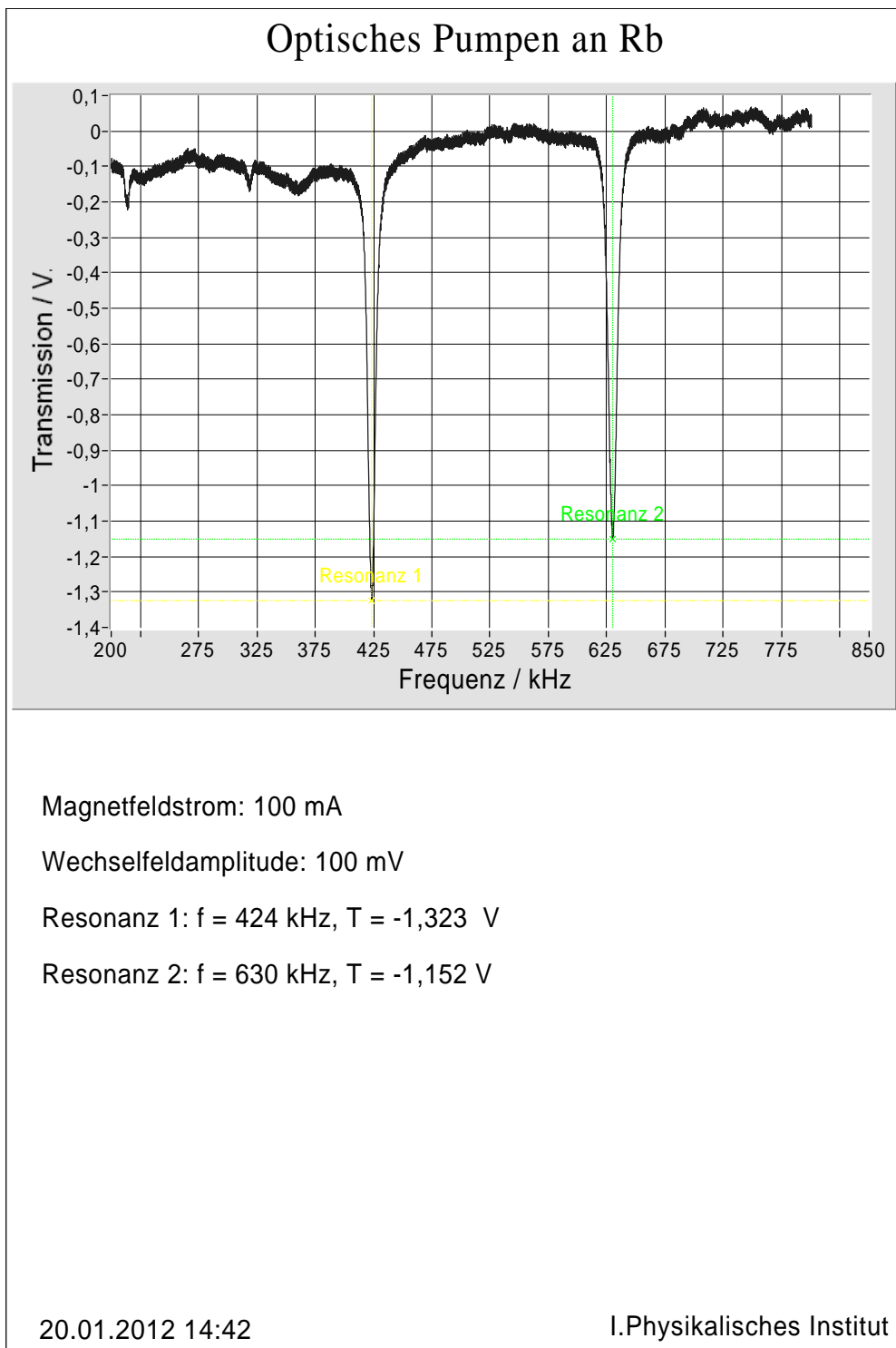


2. Messung Relaxationszeit im einfachen Zeeman-Feld

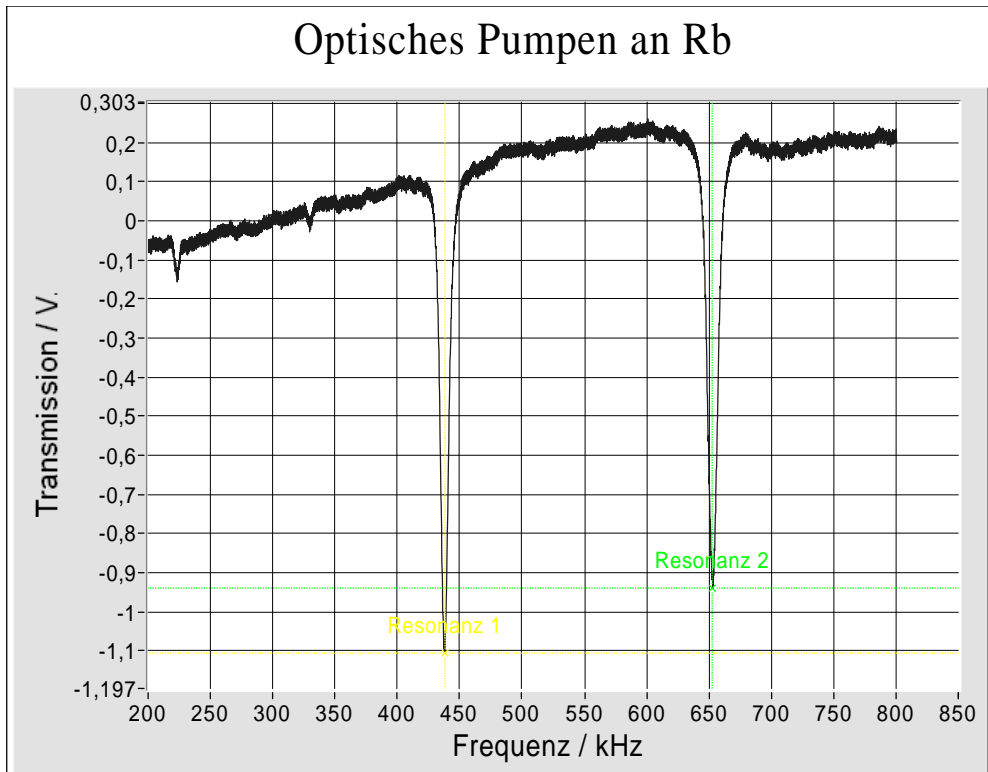


3. Messung Relaxationszeit im einfachen Zeeman-Feld

3.3.2 Teil 2: Kernspin



1. Messung Photo-Transmission gegen Wechsel-Magnetfeld-Frequenz
für 80mA an Wechsel-Magnetfeld



Magnetfeldstrom: 100 mA

Wechselfeldamplitude: 100 mV

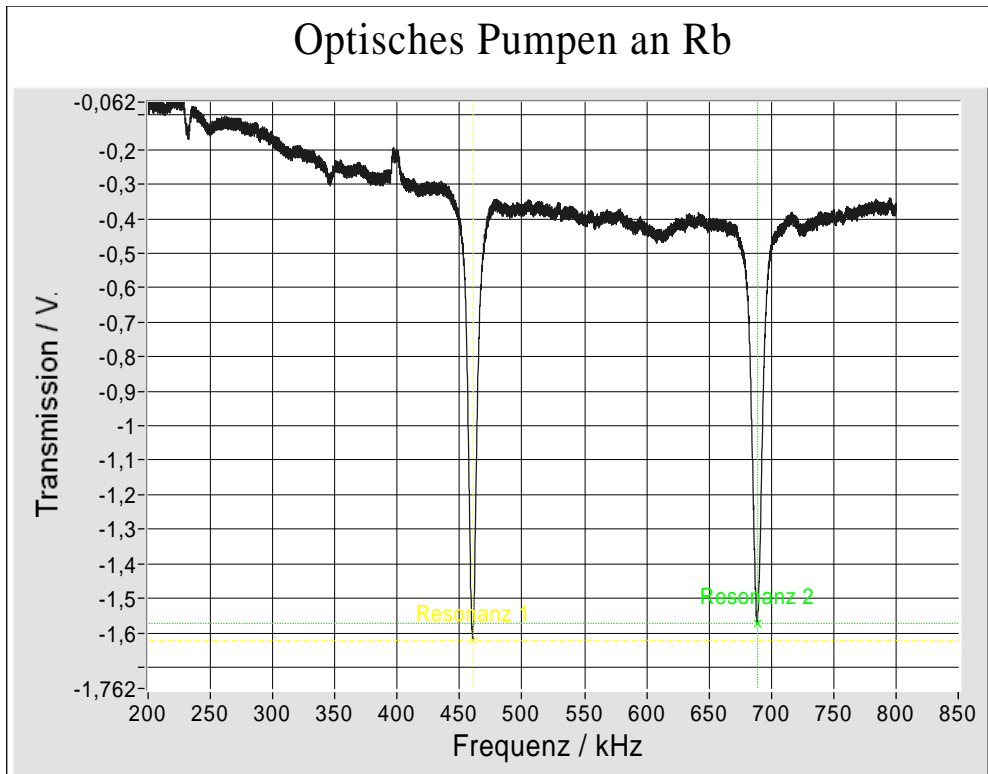
Resonanz 1: $f = 438$ kHz, $T = -1,106$ V

Resonanz 2: $f = 653$ kHz, $T = -0,941$ V

20.01.2012 14:37

I. Physikalisches Institut

2. Messung Photo-Transmission gegen Wechsel-Magnetfeld-Frequenz
für 84mA an Wechsel-Magnetfeld



Magnetfeldstrom: 100 mA

Wechselfeldamplitude: 100 mV

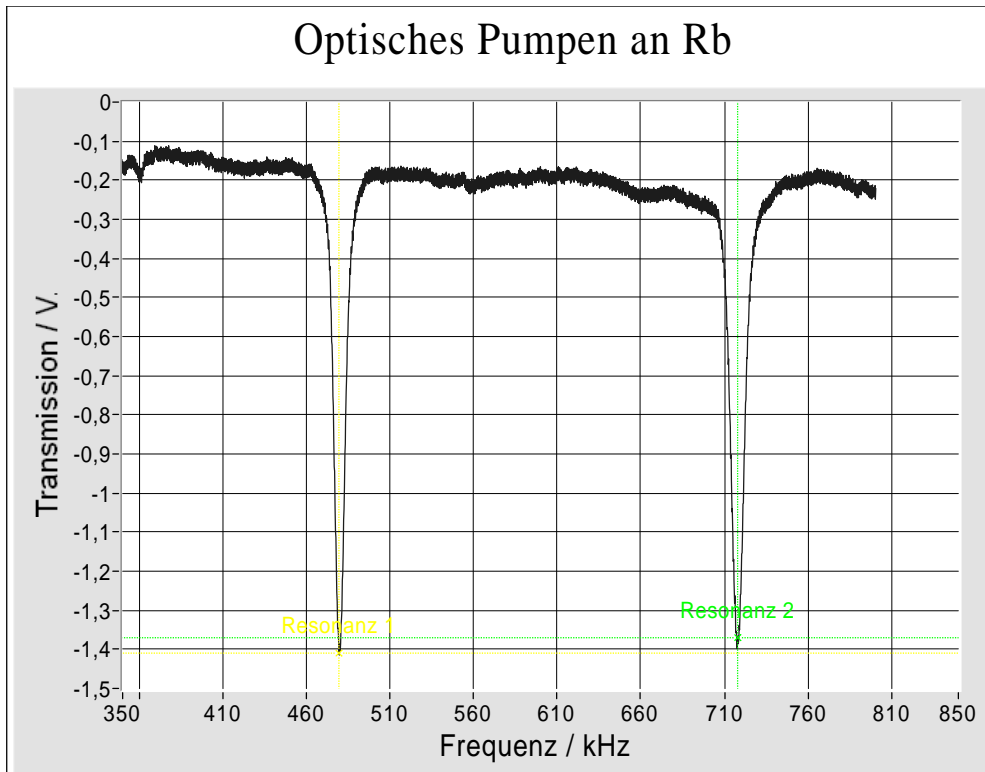
Resonanz 1: $f = 460$ kHz, $T = -1,622$ V

Resonanz 2: $f = 689$ kHz, $T = -1,573$ V

20.01.2012 14:29

I. Physikalisches Institut

3. Messung Photo-Transmission gegen Wechsel-Magnetfeld-Frequenz
für 88mA an Wechsel-Magnetfeld



Magnetfeldstrom: 100 mA

Wechselfeldamplitude: 100 mV

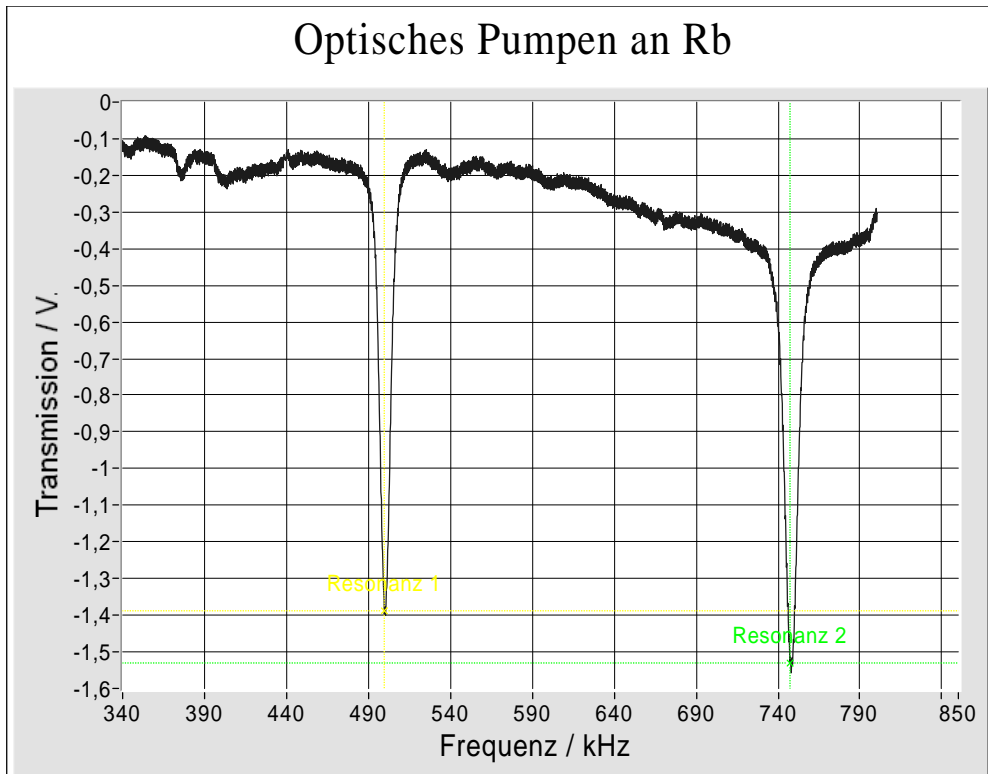
Resonanz 1: $f = 479$ kHz, $T = -1,410$ V

Resonanz 2: $f = 718$ kHz, $T = -1,371$ V

20.01.2012 14:49

I. Physikalisches Institut

4. Messung Photo-Transmission gegen Wechsel-Magnetfeld-Frequenz
für 92mA an Wechsel-Magnetfeld



Magnetfeldstrom: 100 mA

Wechselfeldamplitude: 100 mV

Resonanz 1: $f = 500$ kHz, $T = -1,389$ V

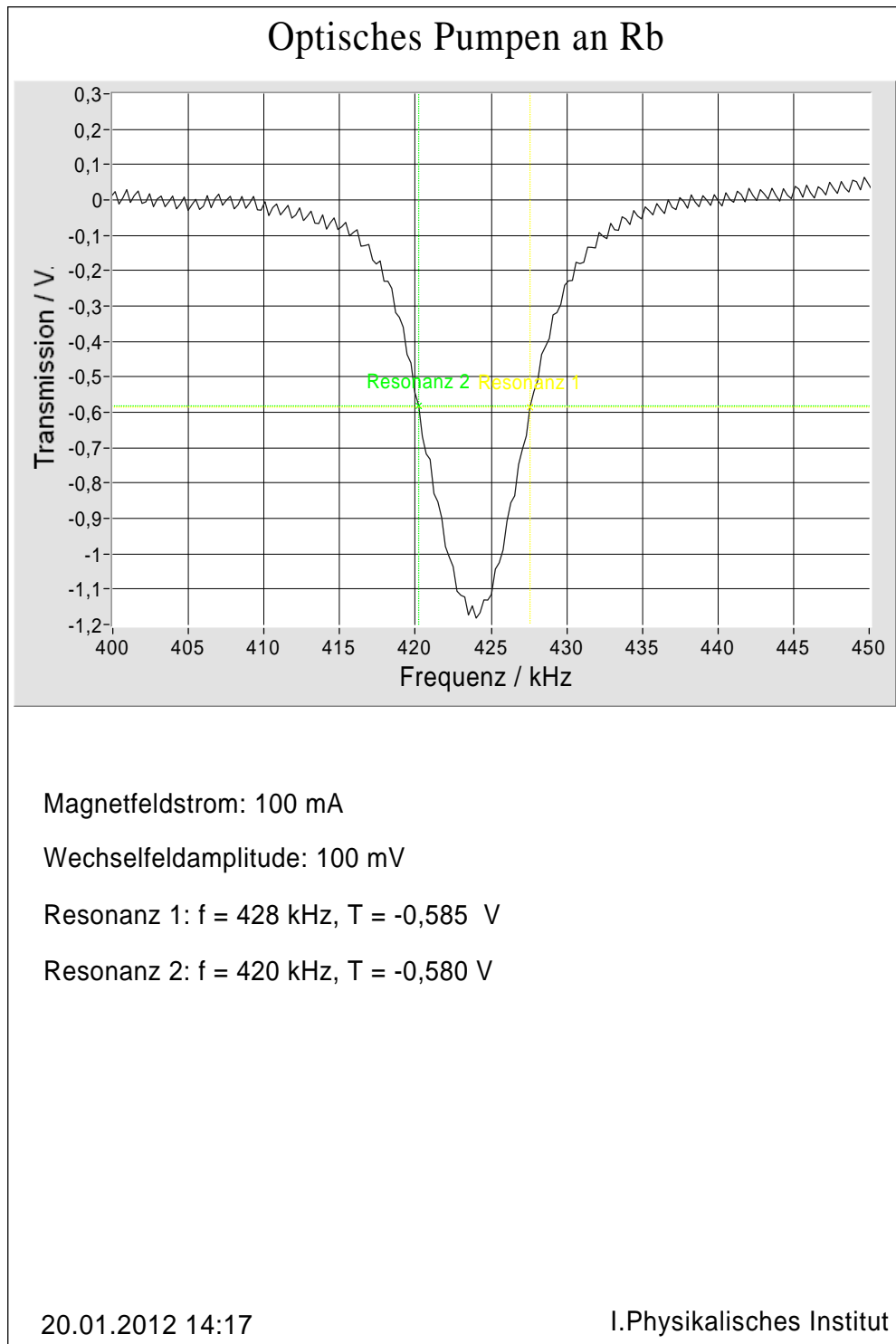
Resonanz 2: $f = 747$ kHz, $T = -1,532$ V

20.01.2012 14:52

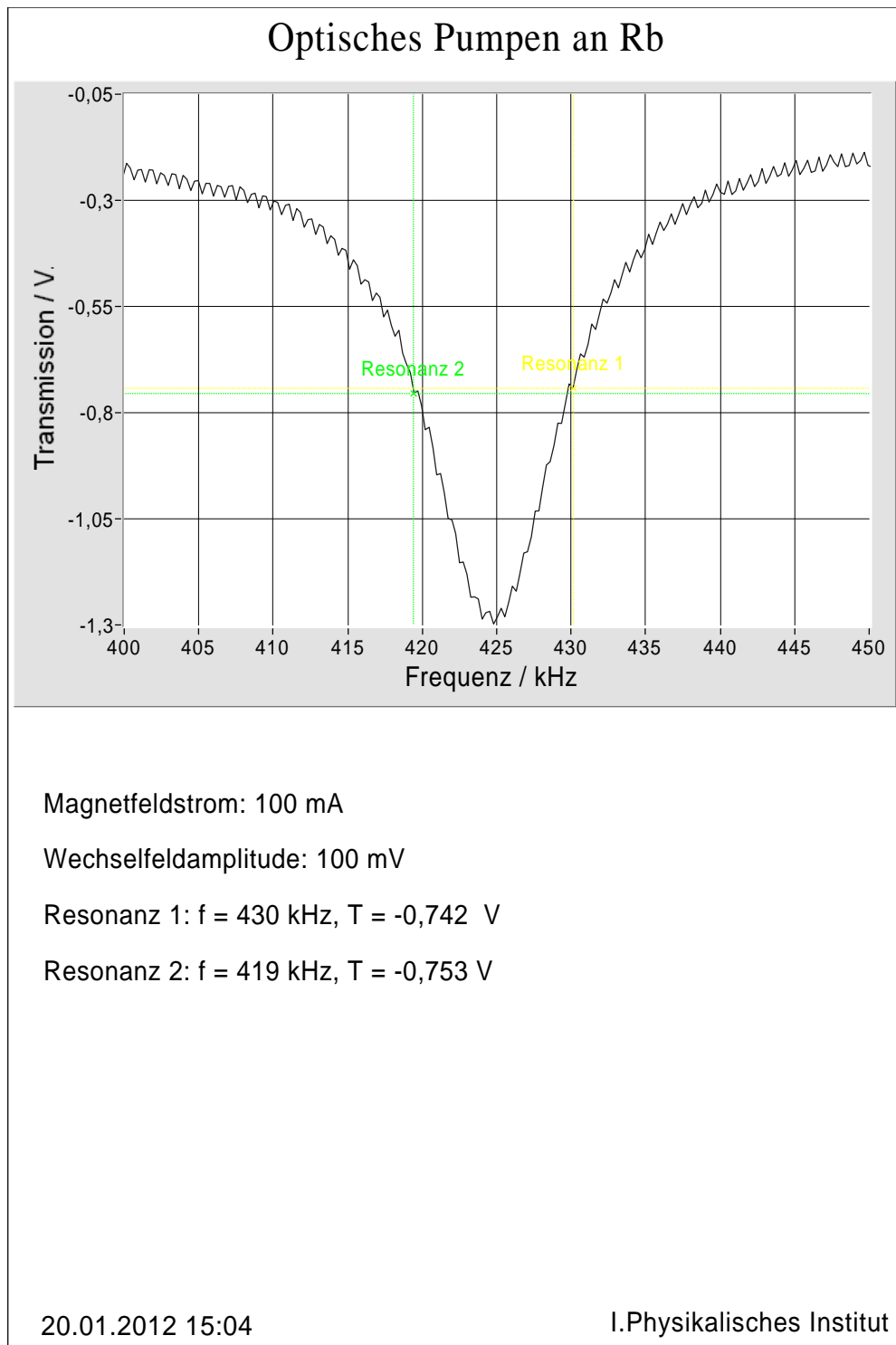
I. Physikalisches Institut

5. Messung Photo-Transmission gegen Wechsel-Magnetfeld-Frequenz
für 96mA an Wechsel-Magnetfeld

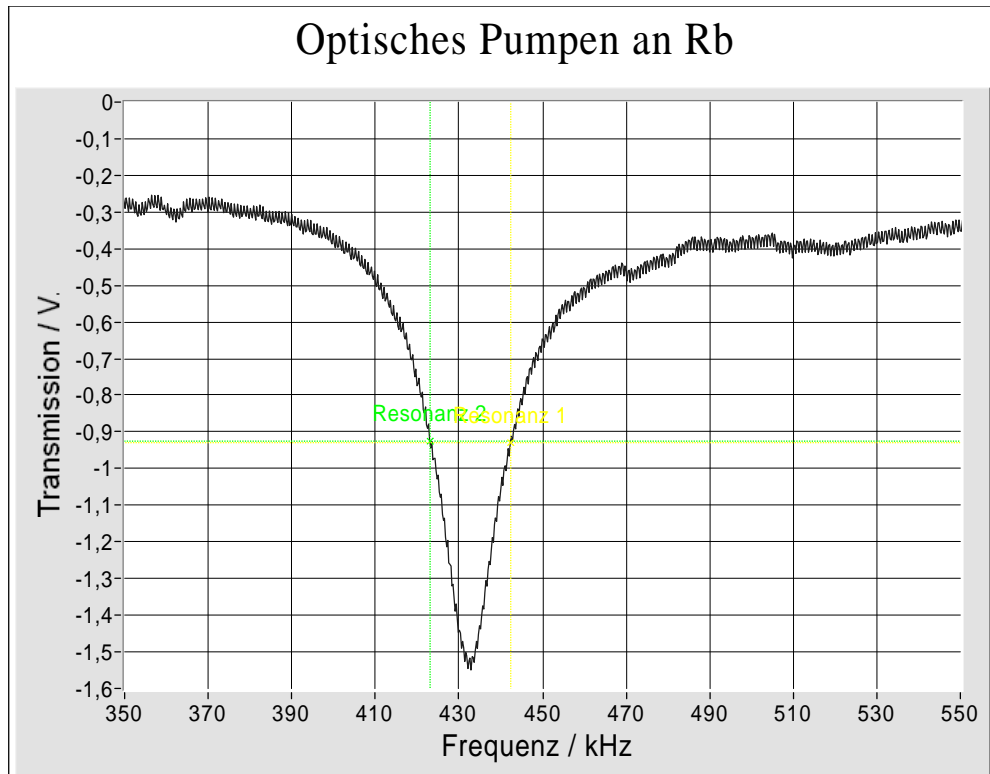
3.3.3 Teil 3: Halbwertsbreite



1. Messung ^{85}Rb Halbwertsbreite bei 250mV-Amplitude betriebenes Wechsel-Magnetfeld



2. Messung ^{85}Rb Halbwertsbreite bei 480mV-Amplitude betriebenes Wechsel-Magnetfeld



Magnetfeldstrom: 100 mA

Wechselfeldamplitude: 100 mV

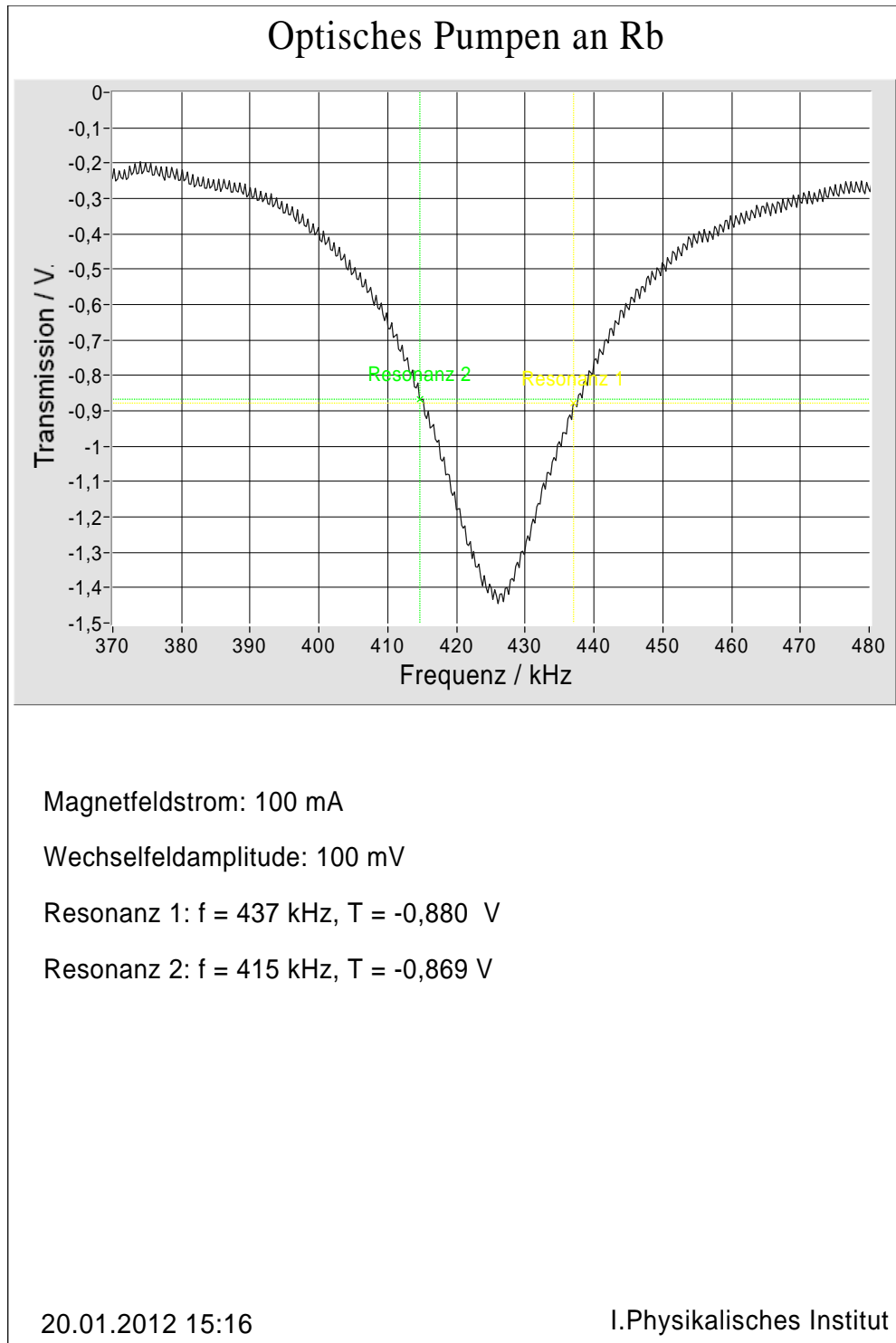
Resonanz 1: $f = 442$ kHz, $T = -0,928$ V

Resonanz 2: $f = 423$ kHz, $T = -0,923$ V

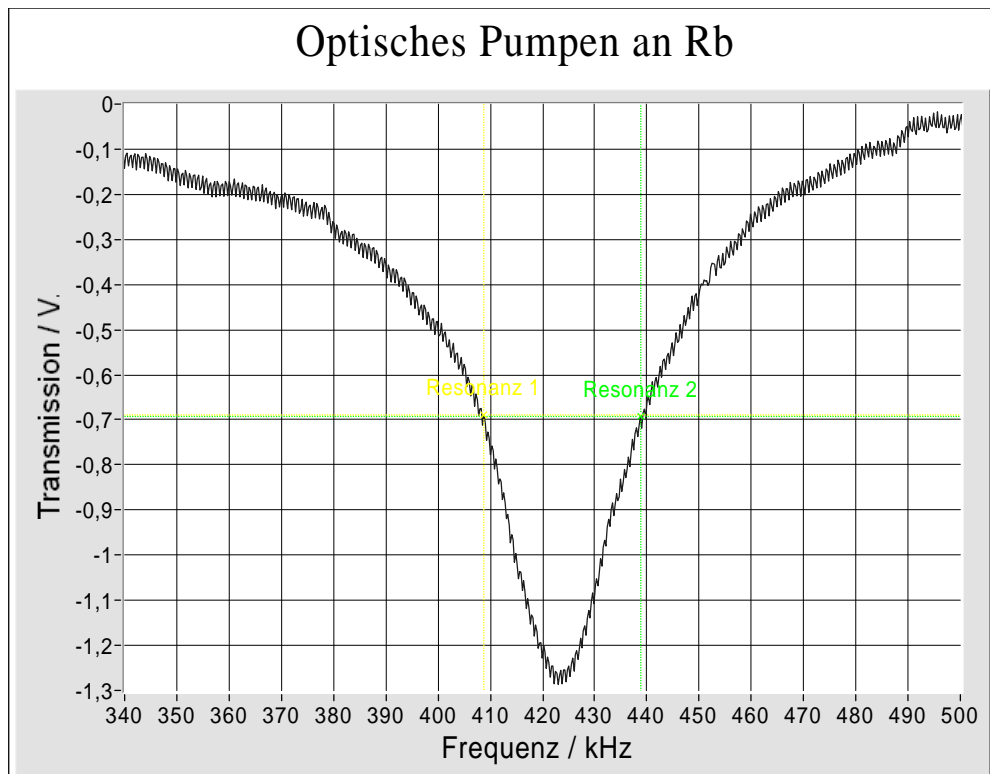
20.01.2012 15:11

I.Physikalisches Institut

3. Messung ^{85}Rb Halbwertsbreite bei 900mV-Amplitude betriebenes Wechsel-Magnetfeld



4. Messung ^{85}Rb Halbwertsbreite bei 1250mV-Amplitude betriebenes Wechsel-Magnetfeld



Magnetfeldstrom: 100 mA

Wechselfeldamplitude: 100 mV

Resonanz 1: $f = 409$ kHz, $T = -0,688$ V

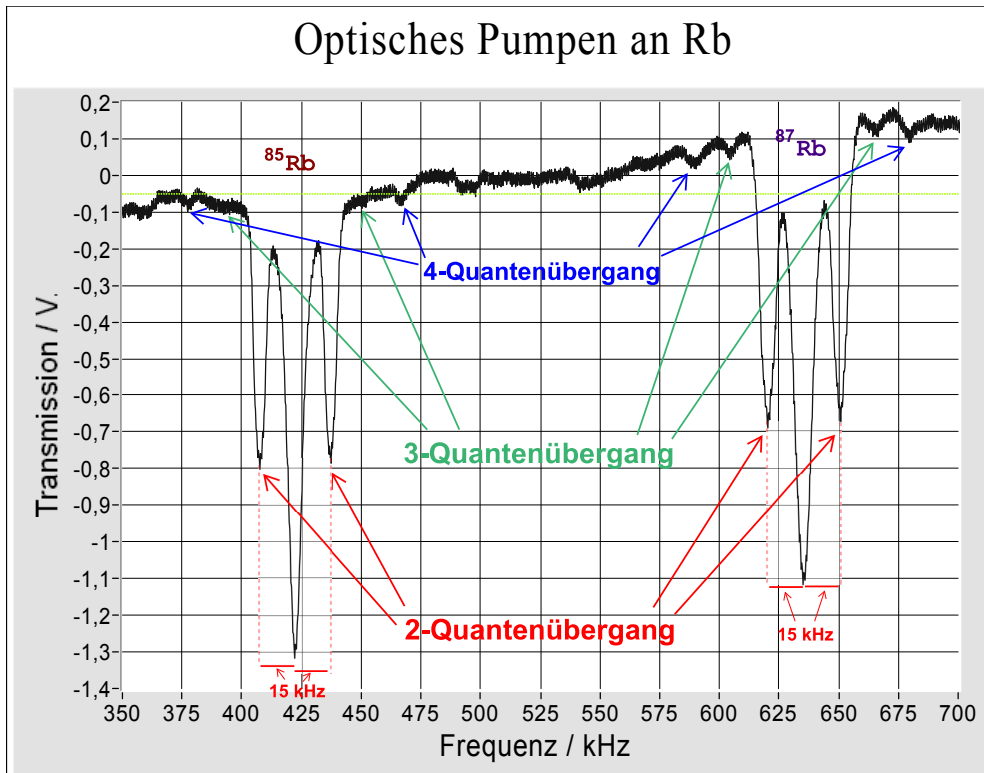
Resonanz 2: $f = 439$ kHz, $T = -0,692$ V

20.01.2012 15:23

I.Physikalisches Institut

5. Messung ^{85}Rb Halbwertsbreite bei 1600mV-Amplitude betriebenes Wechsel-Magnetfeld

3.3.4 Teil 5: Demonstration Mehrquantenübergang



Magnetfeldstrom: 100 mA

Wechselfeldamplitude: 100 mV

Resonanz 1: $f = 200$ kHz, $T = -0,051$ V

Resonanz 2: $f = 200$ kHz, $T = -0,051$ V

20.01.2012 16:03

I.Physikalisches Institut

Messung und Markierung der Mehrquantenübergänge