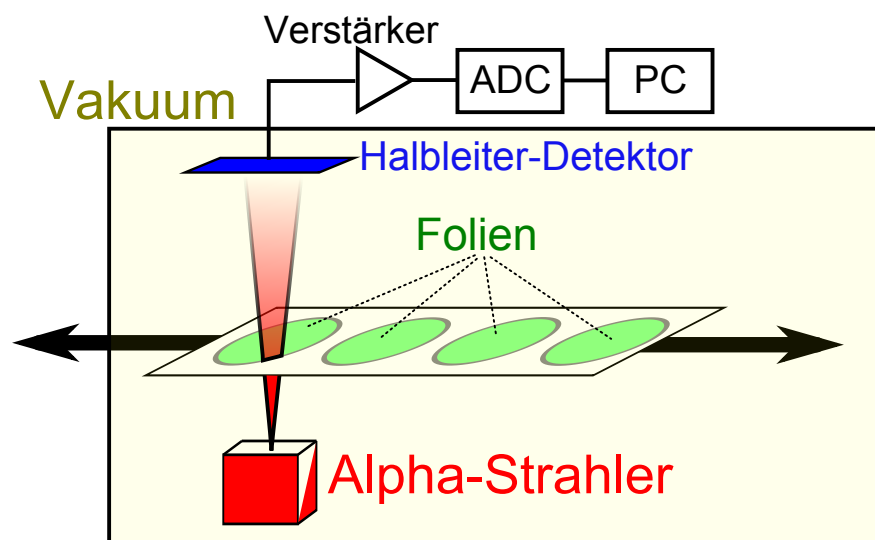


Absorption von Alpha-Teilchen in Materie

Dennis Getzkow & Julian Bergmann

9. Juli 2012



Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Betrachtung	1
1.1	Vorwort	1
1.2	Der α -Zerfall	1
1.3	Abschätzungen	1
1.4	Bethe-Bloch-Formel	4
1.5	Die Energieverlust-Verteilung	8
2	Versuchsaufbau	9
3	Versuchsdurchführung	9
3.1	Eichung	9
3.2	Mylar-Messungen	11
3.3	Dicke von Aluminium	13
3.4	Dichte von Luft	13
4	Anhang und Nachweise	16
4.1	Bilderquelle	16
4.2	Quellenangabe	16
4.3	Bilderanhang	16

1 Theoretische Betrachtung

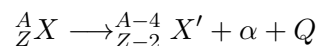
1.1 Vorwort

Der Versuch den wir nachfolgend betrachten, dient der Untersuchung der Abbremsung von ${}^4_2\text{He}$ -Teilchen - auch α -Teilchen genannt - in Materie. Daher gehen wir im nächsten Abschnitt darauf ein, wie solche Teilchen entstehen.

Anschließend wollen wir auf einige Abschätzungen eingehen, die in der Versuchsanleitung gefordert werden und zu guter Letzt, bevor wir uns der eigentlichen Auswertung unserer Messungen zuwenden, werden wir uns mit der sogenannten Bethe-Bloch-Formel auseinandersetzen; denn diese beschreibt den Energieverlust pro Weglänge von geladenen Teilchen in Materie.

1.2 Der α -Zerfall

Der α -Zerfall stellt eine Kernreaktion dar, die zur Folge hat, dass ein Atomkern sich in einen leichteren Kern und ein (oder mehrere) α -Teilchen umwandelt. Eine Reaktionsgleichung kann allgemein wie folgt dargestellt werden:



Dabei steht A für die atomare Massenzahl, Z für die Ordnungszahl, X bzw. X' für die Atomkerne und Q für die sogenannte Wärmetönung, die der Energieerhaltung in der Reaktion Rechnung trägt. In der Praxis macht sich Q als kinetische Energie von X' und dem α -Teilchen bemerkbar; möglich ist aber auch die Anregung des Tochterkerns X' . Genutzt werden solche Energien beispielsweise in Kernkraftwerken¹.

1.3 Abschätzungen

Nach wie vielen Stößen mit jeweils einem ruhenden Elektron kommt das α -Teilchen zur Ruhe?

Wir betrachten das Problem nichtrelativistisch und gehen stets von elastischen Stößen aus; es wird also vorausgesetzt, dass beim Stoß ein Impuls übertragen wird, aber nahezu keine Energie. Wir wenden uns - für die weitere Betrachtung - dem maximalen Impulsübertrag p_{max} zu. Hierfür gehen wir in das CMS (center of mass system). Vor dem Stoß wird sich das Elektron mit einer Geschwindigkeit \vec{v} auf das α -Teilchen zu bewegen;

¹siehe auch den Vortrag in „Methoden und Anwendungen der Atom- und Kernphysik“, Vortrag über „Energiegewinnung aus Kernspaltung“ von D. Getzkow, am 27.06.2012

schließlich ist letzteres viel schwerer als ein Elektron, und daher im CMS annähernd in Ruhe. Ein maximaler Impulsübertrag wird genau dann stattfinden, wenn das Elektron frontal auf das α -Teilchen trifft. In diesem Fall wird sich das Elektron nach den Stoß mit der Geschwindigkeit $-\vec{v}$ wieder vom dem Kern entfernen. Im Laborsystem soll natürlich das Elektron in Ruhe sein, daher entspricht die Geschwindigkeit des Elektrons im CMS in etwa jener des α -Teilchens im Laborsystem, dessen Geschwindigkeit bekannt ist.

Drücken wir nun die bereits getroffenen Erkenntnisse in Formeln aus:

$$\Delta p_{max} = m_e \cdot v^2$$

Aus dem maximalen Impulsübertrag lässt sich natürlich auch ein maximaler Energieübertrag ermitteln denn es gilt:

$$E = \frac{p^2}{2m} \implies \Delta E_{max} = \frac{\Delta p_{max}}{2m_e} = 4 \frac{(m_e v)^2}{2m_e} \stackrel{v \approx v_\alpha}{=} 4 \frac{m_e}{m_\alpha} E_\alpha$$

Als Beispiel gehen wir von einer Energie $E_\alpha = 5 \text{ MeV}$ aus.

$$\Delta E_{max} = 4 \frac{m_e}{m_\alpha} E_\alpha \approx 4 \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{6,645 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} 5 \text{ MeV} = 2,74 \text{ keV}$$

Bis die E_α auf den Wert Null fällt, müssen also x Stöße stattfinden:

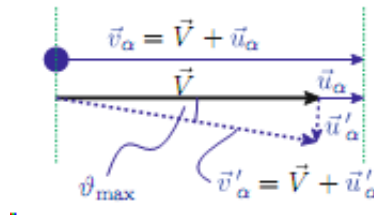
$$5 \text{ MeV} - x \cdot 0,00274 \text{ MeV} = 0 \implies x = \frac{5 \text{ MeV}}{0,00274 \text{ MeV}} \approx 1800$$

Wir finden für x den Wert 1800, also müsste ein α -Teilchen mit einer Anfangsenergie von 5 MeV etwa 1800 Stöße mit maximalen Impulsübertrag vollziehen, bis es zur Ruhe kommt. In der Realität werden es aber weit mehr Stöße sein; schließlich findet nicht bei jedem Stoß ein maximaler Impulsübertrag statt. Wir schätzen daher, dass etwa 10^5 Stöße notwendig sein werden.

Wie stark wird das α -Teilchen bei einem Stoß mit einem Elektron im Mittel abgelenkt und wie stark wird es insgesamt im Mittel abgelenkt?

Wir gehen analog zu der eben durchgeführten Betrachtung erstmal von maximalen Werten aus; statt des maximalen Impulsübertrages, wenden wir uns nun der maximalen Ablenkung des α -Teilchens bei (zunächst) einem einzelnen Stoß zu.

In der Abbildung 1 steht u für die Geschwindigkeit im CMS, v für die Geschwindigkeit im

**Abbildung 1**

Berechnung des maximalen Ablenkwinkels (entnommen aus „Elementare Teilchen“ von Bleck-Neuhaus)

Laborsystem und V für die Geschwindigkeit des Schwerpunktes, welche aber in unserem Fall gleich der Geschwindigkeit des α -Teilchens im Laborsystem ist. Sind die genannten Größen mit einem Strich (') gekennzeichnet, so handelt es sich um die Geschwindigkeiten nach dem Stoß.

Wir suchen den maximalen Winkel zwischen \vec{v}_α und \vec{v}'_α , also den Winkel zwischen dem ungestoßenen und dem gestoßenen α -Teilchen. Wie man der Abbildung entnehmen kann, hat das Teilchen auch im CMS eine Geschwindigkeit, denn wie bereits erwähnt, ist es dort nur annähernd in Ruhe. Allerdings sind die Beträge von \vec{u}_α bzw. \vec{u}'_α identisch und tragen zudem nur mit einem Bruchteil von $\frac{m_e}{m_\alpha}$ zur Gesamtenergie bei. Generell kann \vec{u}'_α eine beliebige Richtung haben; im Falle einer maximalen Ablenkung sollte \vec{u}'_α aber senkrecht zu \vec{v}_α stehen, wie man auch der Skizze entnehmen kann. Für den Winkel gilt dann:

$$\vartheta_{max} \approx \frac{u_\alpha}{v_\alpha} = \frac{m_e}{m_\alpha} \approx 0,006^\circ$$

Wollen wir nun die mittlere Ablenkung bestimmen, so sollte dieser Winkel etwa die Hälfte von $0,006^\circ$, also $0,003^\circ$ betragen. Aus perspektivischen Gründen fügen wir noch einen Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ hinzu und erhalten so:

$$\vartheta_{\text{mittel, ein Stoß}} = 0,002^\circ$$

Man könnte jetzt auf den Gedanken kommen, dass nach N Stößen der mittlere Ablenkwinkel $\vartheta_N = N \cdot \vartheta_{\text{mittel, ein Stoß}}$ beträgt. Doch dies entspricht nicht der Wahrheit; schließlich ist der Ablenkwinkel nicht nach jedem Stoß maximal. Viel eher sollte der Ablenkwinkel, aus statistischen Gründen, im Mittel Null sein. Allerdings gibt es auch eine symmetrische Verteilung der Ablenkwinkel um den Wert $\vartheta_N = 0$, die die Form einer Gauß'schen Glockenkurve, mit einer Standardabweichung von $\sigma(\vartheta_N) = \sqrt{N} \vartheta_{\text{Mittel, ein Stoß}}$, aufweist.

Gehen wir von einer Stoßzahl von $N = 10^4$ bis $N = 10^5$ aus, so folgt:

$$\sigma(\vartheta_N) = \sqrt{N} \vartheta_{\text{Mittel, ein Stoß}} = 0,2^\circ \text{ bis } 0,6^\circ$$

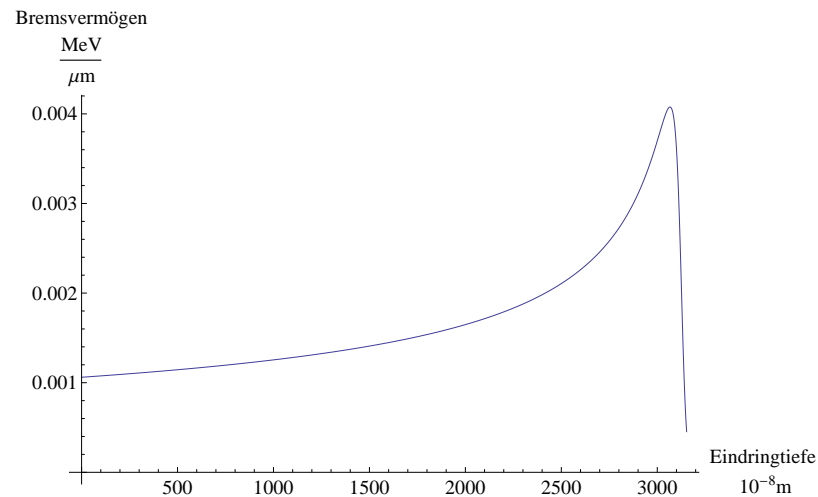


Abbildung 2
Bragg-Peak: Eindringtiefe der α -Teilchen in Mylar

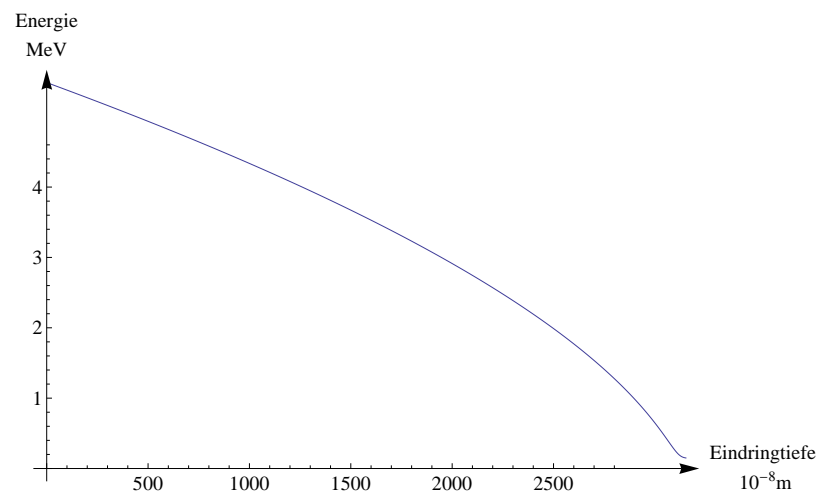


Abbildung 3
Energieverlust der α -Teilchen in Mylar

Daraus wird ersichtlich, dass die Abweichung, auch nach vielen Stößen, recht klein ist.

Mittlere Reichweite der von ^{241}Am emittierten α -Teilchen in Mylar

Für diese Abschätzung behelfen wir uns mit Mathematica und gehen wie in der Versuchsanleitung beschrieben vor. Unsere Berechnungen² ergeben, dass sich für ein α -Teilchen mit einer Energie $E_\alpha = 5,486 \text{ MeV}$ in Mylar; das Bremsvermögen $0,163 \frac{\text{MeV}}{\mu\text{m}}$ beträgt. Die Reichweite des α -Teilchens liegt dann bei $3,154 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

1.4 Bethe-Bloch-Formel

Zur Herleitung der Bethe-Bloch-Formel müssen wir etwas weiter ausholen. Die Grundlagen für die Formel, die wir an dieser Stelle herleiten wollen, lieferte nämlich Niels Bohr. Allerdings waren seine Berechnungen klassischer Natur; erst Hans Bethe und

²Auf Herleitungen von den verwendeten Formeln gehen wir weiter unten ein.

Felix Bloch lieferten die finale, relativistische Formel.

Abbremsung von α -Teilchen nach Bohr

In den Berechnungen, die Bohr durchgeführt hat, machte er sich die sogenannte Impulsnäherung zu nutze. Mit dieser setzt man voraus, dass sich die stoßenden Teilchen, also Elektron und das α -Teilchen, während des Stoßes nichts von dem Stoß merken. Das hat zur Folge, dass die Geschwindigkeiten der Stoßpartner gleich bleiben ($v_\alpha = \text{konst}$ und $v_e = 0$) und, dass das α -Teilchen in einem Abstand b , auch Stoßparameter genannt, am Elektron vorbei fliegt, ohne aus seiner Bahn abgelenkt zu werden. Dies ermöglicht folgende Darstellung des Impulsübertrages:

$$\Delta \vec{p}_\alpha = \int \vec{F} \, dt = -\Delta \vec{p}_e$$

Daraus können wir wieder den Energieübertrag errechnen:

$$\Delta E_\alpha = \frac{(\Delta p_e)^2}{2m_e}$$

Nun wollen wir aber die Impulsnäherung für uns zunutze machen, indem wir eine Formel herleiten, mit der wir den Energieverlust pro Weglänge berechnen können. Zunächst schreiben wir das Integral, welches in der Formel für Δp vorkommt, etwas um:

$$\Delta \vec{p} = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(t) \, dt = \frac{ze}{v_\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(x) \, dx$$

Dabei haben wir uns zunutze gemacht, dass man für die (konstant angenommene) Geschwindigkeit des α -Teilchens schreiben kann: $v_\alpha = \frac{dx}{dt} \implies dt = \frac{dx}{v_\alpha}$. Damit konnten wir aus dem Integral ein Linienintegral machen. Ferner haben wir verwendet, dass $\vec{F}(x) = ze\vec{E}(x)$ gilt, und haben mit dieser Gleichung das $\vec{F}(x)$ ersetzt.

Das neue Integral ist leicht zu berechnen, macht man sich das Gauß'sche Durchflutungsgesetz zunutze und wählt hierfür eine geeignete Fläche A . Diese stellt in unserem Fall einen unendlich langen Zylindermantel dar, der die Achse umschließt, auf der das Elektron liegt und einen Radius hat, der dem Stoßparameter b entspricht. Dabei ist die erwähnte Achse parallel zur Flugrichtung des α -Teilchens; zudem wählen wir das Koordinatensystem so, dass diese Achse mit der x-Achse zusammenfällt.

Drücken wir dies nun in Formeln aus:

$$\oint_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = -\frac{e}{\epsilon_0}$$

Damit berechnen wir zwar „nur“ die senkrechte Komponente der Kraft, was uns aber dank der Impulsnäherung völlig ausreicht:

Für eine kleine Weglänge dx hat $E_{\perp}(x)$ überall auf der entsprechenden Zylinderfläche $dA = 2\pi b \, dx$ den gleichen Betrag. Der Beitrag zum Oberflächenintegral ist somit $E_{\perp}(x)2\pi b \, dx$. Woraus folgt:

$$\oint \vec{E}(x) \, d\vec{A} = \int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp}(x) 2\pi b \, dx$$

Die Integralgrenzen folgen aus der Annahme eines unendlich ausgedehnten Zylindermantels. Aus der gleichen Annahme folgt auch die Missachtung der Stirnflächen.

Setzen wir nun unsere neusten Berechnungen in die Formel für Δp ein und verwenden wieder mal $E = \frac{p^2}{2m}$, so erhalten wir:

$$\Delta p = -\frac{ze}{v_{\alpha}} \frac{e}{2\pi b \epsilon_0}$$

$$\Delta E(b) = \frac{(\Delta p)^2}{2m_e} = \frac{z^2(e^2/(4\pi\epsilon_0))^2}{\frac{1}{2}m_e v_{\alpha}^2} \frac{1}{b^2}$$

Nun wenden wir uns der Frage zu, wie oft ein α -Teilchen während einer Flugstrecke Δx im Abstand b an einem Elektron vorbei fliegt. Dabei ist es aber sinnvoll, ein Intervall $[b, b + db]$ zuzulassen; denn dann gehen alle Elektronen in unsere Berechnungen ein, die innerhalb des Volumens $2\pi b db \Delta x$ liegen. Die Anzahl dieser Elektronen ist dann $N_e = 2\pi b db \Delta x n_e$, wobei n_e die Elektronendichte darstellt. Um den Energieverlust eines α -Teilchens zu berechnen, gehen wir von einer homogenen Verteilung der Elektronen im Festkörper aus und können somit schreiben:

$$\Delta E_{Materie} = \int \Delta E(b) 2\pi b db \Delta x n_e = 2\pi \Delta x n_e \frac{z^2(e^2/(4\pi\epsilon_0))^2}{\frac{m_e}{m_{\alpha}}} \int \frac{db}{b}$$

Ein Problem, welches in dieser Darstellung recht offensichtlich ist, ist, dass das Integral divergiert. Wir behelfen uns, indem wir nur endliche Grenzen zulassen:

$$0 < b_{min} \leq b \leq b_{max} < \infty \text{ bzw. } 0 \leq \Delta E_{min} \leq \Delta E \leq \Delta E_{max} < \infty.$$

Dabei gehört zu ΔE_{max} der Wert b_{min} ; für ΔE_{min} analog ($\Delta E_{max}/\Delta E_{min} = b_{max}^2/b_{min}^2$). Mit diesen Überlegungen können wir schreiben:

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi n_e \frac{z^2(e^2/(4\pi\epsilon_0))^2}{\frac{1}{2}m_e v_{\alpha}^2} \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} = \frac{m_{\alpha}}{m_e} \pi n_e \frac{z^2(e^2/4\pi\epsilon_0)^2}{E_{kin,\alpha}} \ln \frac{\Delta E_{max}}{\Delta E_{min}}$$

Für ΔE_{max} ist es nach unseren bisherigen Überlegungen sinnvoll, denn maximalen Energieübertrag, den wir weiter oben schon berechnet haben, einzusetzen. Für ΔE_{min} können wir bisher nur sagen, dass es größer als Null sein sollte. Bohr ermittelte empi-

risch, dass $\Delta E_{min} \approx 80$ eV ist. Damit ergibt sich eine leicht abgewandelte Formel für $\frac{dE}{dx}$:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\pi z^2 (e^2 / (4\pi\epsilon_0))^2}{\frac{m_e}{m_\alpha} E_{kin,\alpha}} n_e \ln \left(\frac{4 \frac{m_e}{m_\alpha} E_{kin,\alpha}}{\Delta E_{min}} \right)$$

Erweiterung der Formel durch Bethe und Bloch

Von Hans Bethe und Felix Bloch wurde diese Formel quantenmechanisch und relativistisch erweitert und hat seitdem, also seit 1932, die nachfolgende Gestalt und ist unter dem Namen Bethe-Bloch-Formel bekannt:

$$\frac{dE}{dx} = 2 \frac{\pi z^2 (e^2 / (4\pi\epsilon_0))^2}{\frac{m_e}{m_\alpha} E_{kin,\alpha}} n_e \left\{ \ln \left(\frac{1}{1 - \beta^2} \frac{4 \frac{m_e}{m_\alpha} E_{kin,\alpha}}{\Delta E_{min}} \right) - \beta^2 \right\}$$

Angemerkt sei an dieser Stelle, dass die Formel unterhalb von 100 keV stark nachlässt, da dann die Impulsnäherung versagt. Nach oben hin zeigt sich eine Grenze bei etwa 10^5 MeV, denn bei Energien in dieser Größenordnung werden die Stöße immer unwirksamer. Unser $E_\perp(x)$ wächst allerdings auch in diesem Energiebereich mit $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$, wodurch es zu Abweichungen von den empirischen Werten und den, mit der Formel berechneten Werten kommt.

Braggsche Regel

Ansprechen wollen wir auch, dass wir bisher stets davon ausgegangen sind, dass die Materialien homogen sind - also nur aus einer Atomsorte bestehen. Sind die Materialien inhomogen, so kann man die Braggsche Regel als Näherung verwenden:

$$\frac{1}{\rho_{ges}} \left(\frac{dE}{dx} \right)_{ges} = \frac{w_1}{\rho_1} \left(\frac{dE}{dx} \right)_1 + \frac{w_2}{\rho_2} \left(\frac{dE}{dx} \right)_2 + \dots \quad \text{mit } w_i = \frac{a_i A_i}{\sum_i a_i A_i}$$

Dabei steht a_i für die Anzahl der Atome der Sorte i pro Molekül. Das A_i steht für die Massenzahl der Atomsorte i .

Reichweite

Interessant ist natürlich auch, wie tief ein Projektil mit der Anfangsenergie E_0 in ein Material eindringen kann. Als grobe Abschätzung kann die folgende Formel herangezogen werden:

$$R(E_0) = R_0(E_{min}) + \int_{E_{min}}^{E_0} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

1.5 Die Energieverlust-Verteilung

Unseren durchgeführten Abschätzungen und hergeleiteten Formeln ist gemein, dass sie nur gemittelte Größen betrachten. In der Realität werden wir aber genauso wenig *nur* gemittelte Größen beobachten, wie wir *nur* maximale Größen beobachten können, da zum Beispiel die Anzahl der Stöße von *alpha*-Teilchen beim Durchgang durch ein Absorbermaterial statistischen Schwankungen unterliegt. Je mehr Teilchen wir beobachten, desto mehr werden wir eine gaußförmige Energieverlustverteilung feststellen können:

$$f(x, \Delta) \sim \exp \left(-\frac{\ln(2)(\Delta - \tilde{\Delta})^2}{(b/2)^2} \right)$$

Dabei stellt $\tilde{\Delta}$ den mittlere Energieverlust dar und b die Halbwertsbreite:

$$b = \left(32\pi \ln(2) N_a r_e^2 m_e^2 c^4 \frac{1 - \frac{1}{2}\beta^2}{1 - \beta^2} \rho \frac{Z}{A} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(0,87 \frac{1 - \frac{1}{2}\beta^2}{1 - \beta^2} \frac{\rho}{\text{g cm}^{-3}} \frac{Z}{A} \frac{x}{\text{cm}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Die Gleichung $f(x\Delta)$ sollte aber nur angewendet werden, wenn die Anzahl der Stöße eine statistische Betrachtung erlaubt, was gleichbedeutend mit einem ausreichend großem x ist. Gleichzeitig sollte x aber so klein sein, dass sich die Energie der Projektile beim Durchgang durch das Absorbermaterial nur wenig ändert.

In unserem Versuch konnten wir den mittleren Energieverlust mittels der Bethe-Bloch-Formel berechnen und die Halbwertsbreite b mit der soeben angegebenen Formel.

Folie	Peak [keV]	Halbwertsbreite [keV]
1F	5253,3	11,43
2F	5014,1	16,17
3F	4766,4	19,80
4F	4509,1	22,86
1D	4108,3	26,76
2D	2279,8	37,83
2D+1F	1833,9	39,52

2 Versuchsaufbau

Im Versuch wird mit einem Halbleiter-Detektor innerhalb eines Vakuums α -Strahlung, die durch einen Slot eines Folienhalters geschossen wurde und je nach eingespannter Folie Energie verloren hat, detektiert und grafisch dargestellt.

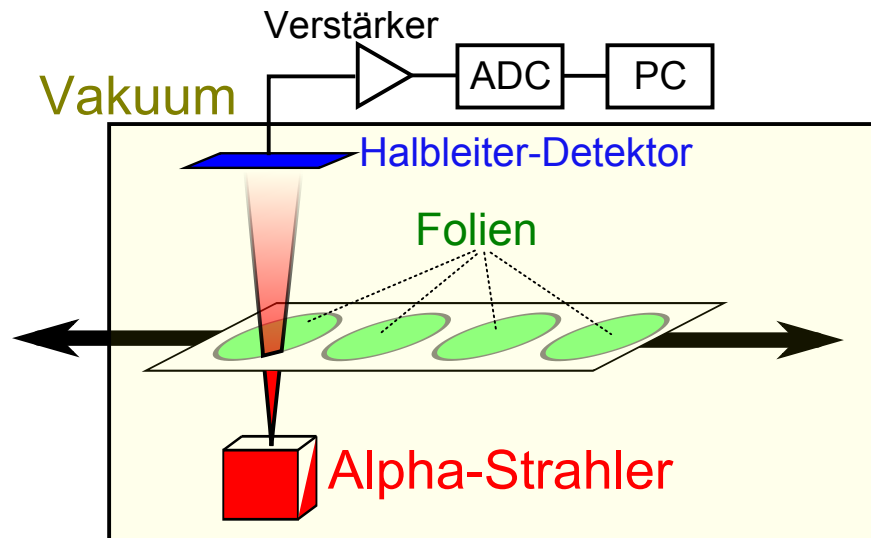


Abbildung 4

Versuchsaufbau: Folien werden in Alpha-Strahlengang geschoben und der resultierende Strahl gemessen.

Dabei sind im Folienhalter mehrere Folien eingespannt, die über einen Elektromotor in den Strahlengang eingefahren werden können.

Zu Beginn sollte zunächst eine Messung ohne eingespannte Folie durchgeführt werden, um ein Referenzspektrum zu erhalten. Außerdem soll ein Eich-Spektrum anhand eines Eichpräparates bestehend aus $^{239}_{94}\text{Pu}$, $^{241}_{95}\text{Am}$ und $^{244}_{96}\text{Cm}$ aufgenommen werden. Nach den Messungen der übrigen Folien ist diese Messung zu wiederholen, um den Fehler der Eichung abschätzen zu können.

Die eigentlich zu untersuchenden Folien sind Mylar-Folien ($1,395 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) verschiedener Dicken ($D: 1,644 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$, $F: 0,3 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$), sowie eine Aluminium-Folie.

Gemessen werden dabei die Dicken 1F, 2F, 3F, 4F, 1D, 2D und 2D+1F. Die Dicke der Aluminium-Folie ist im Versuch mit der Messung zu bestimmen.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Eichung

Da der Halbleiter-Detektor die Ereignisse lediglich in einem Raster erfasst und mit Kanalnummern durchnummeriert, ist für die Ermittlung der tatsächlichen gemessenen Energie späterer Messungen zunächst die Zuordnung der Kanäle zu ihrer entsprechenden

Energie, die so genannte Eichung, notwendig. Hierzu wurde ein Material bekannter Zusammensetzung

$^{239}_{94}\text{Pu}$ [5105keV(10,7%), 5143keV(15,2%), 5156keV(73,8%)],
 $^{241}_{95}\text{Am}$ [5388(1,4%), 5443keV(12,8%), 5486keV(85,2%)] und
 $^{244}_{96}\text{Cm}$ [5763(23,6%), 5805keV(76,4%)]

in den Strahlengang gebracht.

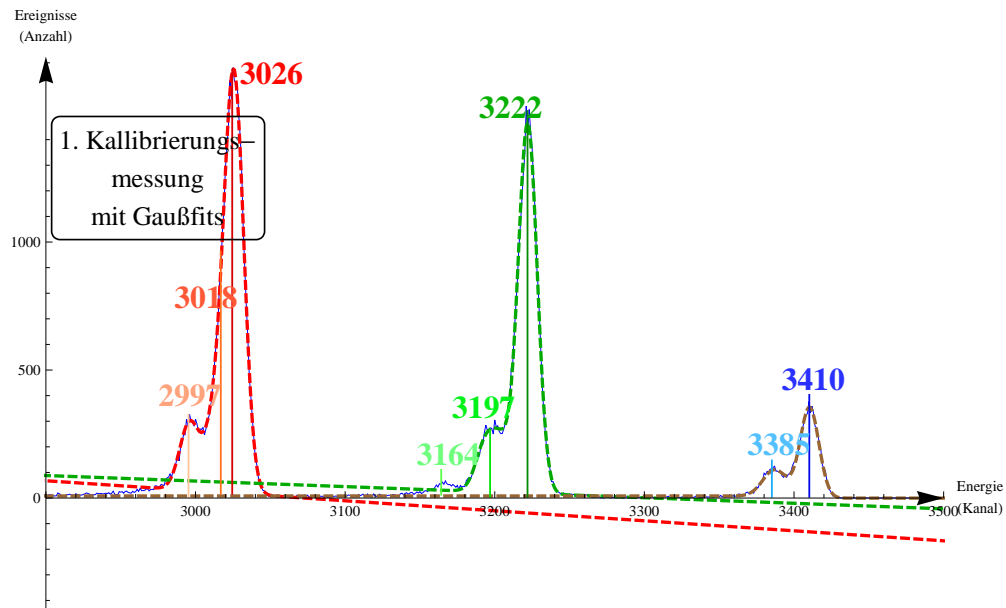


Abbildung 5

Eichung über Messpräparat und Fit mit 3 Gauß-Funktionen für die vorderen Peaks, 2 für den hinteren.

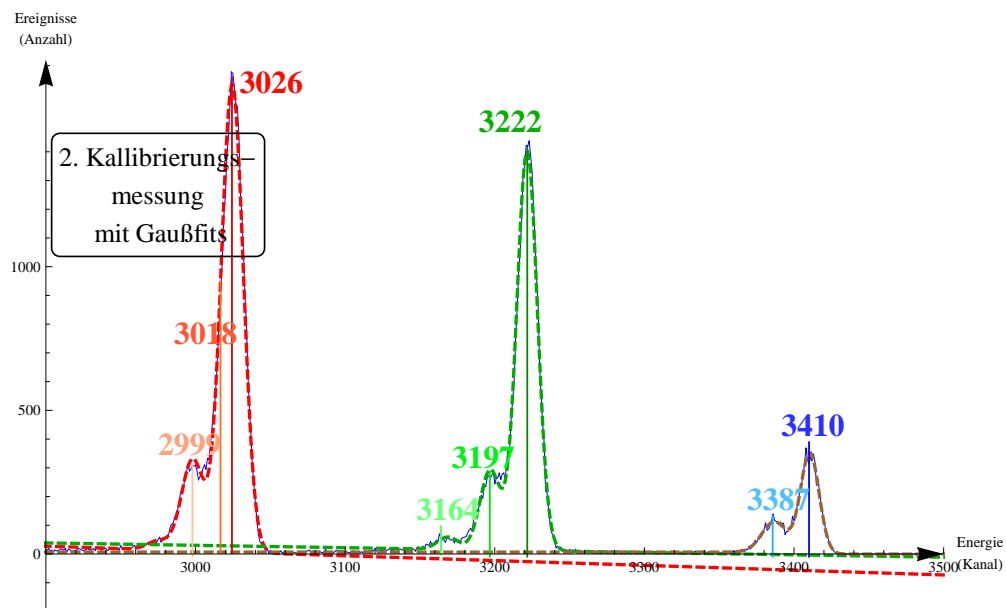


Abbildung 6

Erneute Aufnahme der Eich-Messung zur Bestimmung etwaiger Abweichungen während der Messung. Unterschiede sind nur in Höhe und leichte Abweichungen des Kanals von 3 Peaks zu erkennen.

Da die später erneut aufgenommene Eichmessung von der ersten kaum abweicht, kann auch davon ausgegangen werden, dass hier kaum Änderungen von dieser Funktion auftraten.

Anhand der Messdaten kann eine Gerade gefittet werden, die eine Umrechnungsfunktion zwischen Kanal und Energie ergibt:

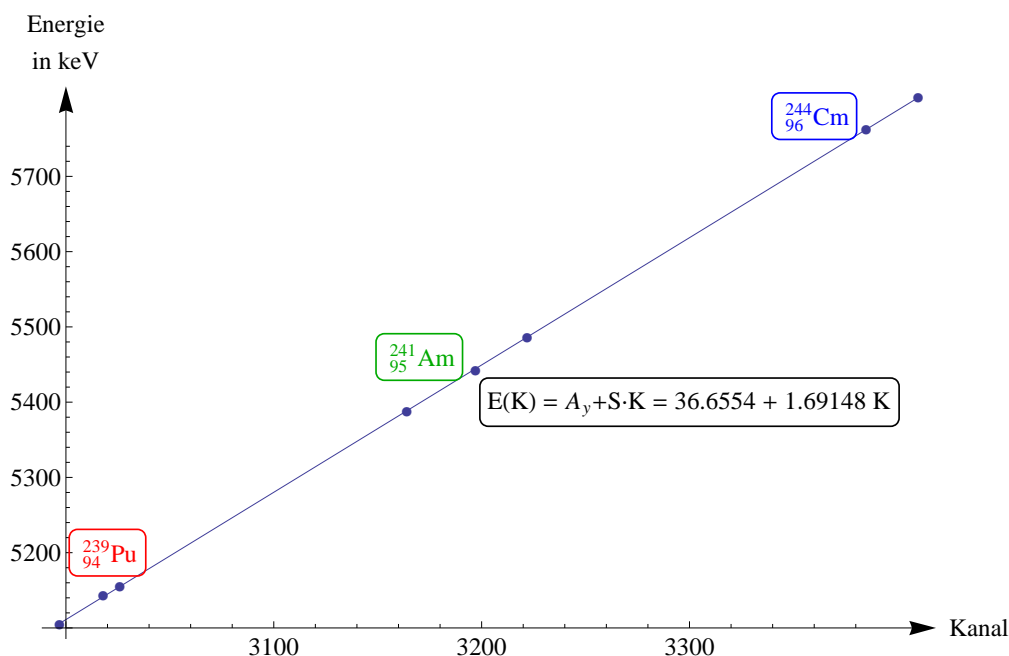


Abbildung 7

Kanäle der Peaks aus der Eichmessung der Energie aus der Literatur gegenübergestellt ergibt ohne große Abweichung eine Gerade

Da die Geraden-Funktion die Messdaten hier gut beschreibt, können die Kanäle gut mittels der Funktion

$$E(K) = 36,6554 \text{ keV} + 1,69148 \text{ keV} \cdot K \quad (3.1.1)$$

umgerechnet werden.

Hierbei lässt sich die Fehlerabweichung über die Formeln $\frac{\Delta S}{S} = \frac{2\Delta y}{y_2 - y_1}$ bzw. $\Delta A_y = \frac{x_1 + x_2}{2} \Delta S$ berechnen:

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{2\Delta y}{y_2 - y_1} S = \frac{2 \cdot 1,45479 \text{ keV}}{5805 \text{ keV} - 5105 \text{ keV}} \cdot 1,69148 \text{ keV} = 0,00703071 \text{ keV} \\ \Delta A_y &= \frac{x_1 + x_2}{2} \Delta S = \frac{3410 + 2997}{2} \cdot 0,00703071 \text{ keV} = 22,5229 \text{ keV} \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

3.2 Mylar-Messungen

Nachdem die Energiezuordnung der Kanäle bekannt ist, kann nun mit der Messung der eigentlichen Folien begonnen werden. Die graphischen Darstellungen der Messdaten mit eingezeichneten Peaks und Halbwertsbreiten in Kanalform sind dabei im Anhang ent-

halten. Hier wird der Übersicht halber lediglich das Ergebnis tabellarisch festgehalten. Die Umrechnung Kanal-Energie erfolgt dabei mit Formel 3.1.1. Die Halbwertsbreiten dürfen dabei natürlich nicht direkt eingesetzt werden, sondern müssen aus der Differenz der Umrechnung der Flanken gebildet werden:

Folie	Peak Kanal Kanal	Peak Energie(keV)	Halbwertsbreite Kanal	Halbwertsbreite Energie(keV)
Mylar D1	2386	4072,53	60	101,489
Mylar D2	1269	2183,14	102	172,531
Mylar F1	3083	5251,49	26	43,9785
Mylar F2	2931	4994,39	36	60,8933
Mylar F3	2788	4752,5	34	57,5104
Mylar F4	2643	4507,24	44	74,4252
Mylar D2F1	1048	1809,33	132	223,275

Durch den Fit der Eichwerte mittels Gerade und dem Rastern mittels Halbleiterdetektor sind diese Umrechnungswerte natürlich mit einem Fehler behaftet. Dieser lässt sich berechnen über:

$$\Delta E_{peak} = \sqrt{\left(\frac{\partial E_{peak}}{\partial A_y} \Delta A_y\right)^2 + \left(\frac{\partial E_{peak}}{\partial S} \Delta S\right)^2} = \sqrt{\Delta A_y^2 + (\Delta S \cdot E_{peak})^2} \quad (3.2.1)$$

$$\Delta E_{FWHM} = 2|\Delta S \cdot E_{FWHM}|$$

Die Fehlerabschätzung für die Energie der Eichgeraden erfolgt dabei über Gauß'sche Fehlerfortpflanzung in Abhängigkeit von Steigungs- und Achsenabschnittsfehler. Da sich bei der Umrechnung der Halbwertsbreite der Achsenabschnitt aus der Gleichung kürzt, ist für den Fehler nur die Steigung interessant. Dafür muss diese allerdings auch doppelt eingehen, da sie an beiden Flanken des Peaks gilt.

Somit lässt sich nun das Ergebnis wie folgt zusammenfassen:

Folie	Peak Energie(keV)	Halbwertsbreite Energie(keV)	theo. Peak Energie(keV)	theo. FWHM Energie(keV)
Mylar D1	4072,53±36,4296	101,489±1,42708	4108,3	26,76
Mylar D2	2183,14±27,2557	172,531±2,42603	2279,8	37,83
Mylar F1	5251,49±43,2492	43,9785±0,618401	5253,3	11,43
Mylar F2	4994,39±41,7167	60,8933±0,856247	5014,1	16,17
Mylar F3	4752,5±40,2957	57,5104±0,808678	4766,4	4509,1
Mylar F4	4507,24±38,8778	74,4252±1,04652	4509,1	22,86
Mylar D2F1	1809,33±25,867	223,275±3,13957	1833,9	39,52

Was die Peak-Positionen betrifft, so sind diese z.T. fast gleich mit den errechneten Werten, in jedem Fall jedoch innerhalb der Fehlerbalken. Allerdings fällt hier eine wesentliche höhere Halbwertsbreite auf, als die der errechneten Werte. Dies ist vermutlich auf das begrenzte Auflösungsvermögen des Halbleiterdetektors zurückzuführen.

3.3 Dicke von Aluminium

Wie im vorherigen Abschnitt wird nun Aluminium gemessen:

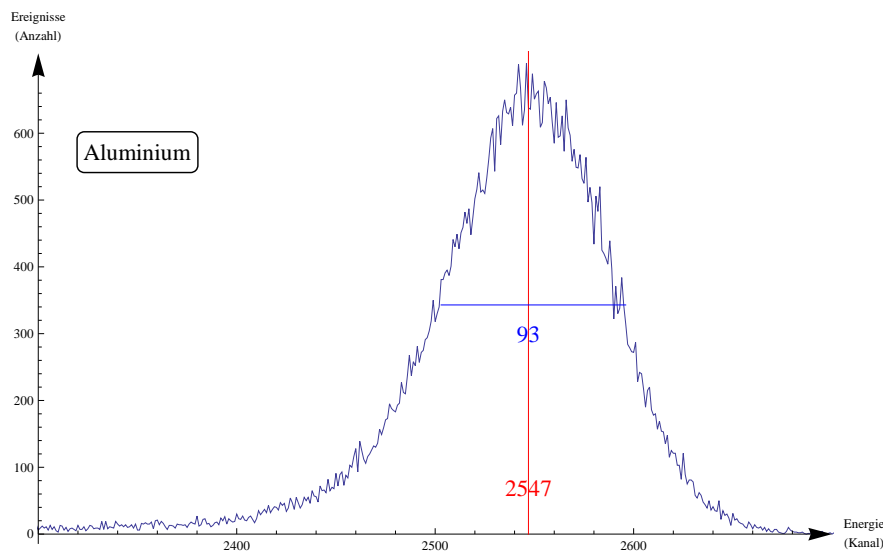


Abbildung 8
Peak-Aufnahme von Aluminium unbekannter Dicke

Folie	Peak Kanal	Peak Energie(keV)	Halbwertsbreite Kanal	Halbwertsbreite Energie(keV)
Aluminium	2547	4344,86	98	165,765

Folie	Peak Energie(keV)	Halbwertsbreite Energie(keV)
Aluminium	$4344,86 \pm 37,953$	$165,765 \pm 2,33089$

Diese Energie kann in das bereits in der Vorbereitung benutzte Programm zur Berechnung der Eindringtiefe eingesetzt werden und führt zu einer Dicke von $5.15\mu\text{m} \pm 0.15\mu\text{m}$.

3.4 Dichte von Luft

Da auch 2 Aufnahmen von Luft, also ohne Folie angefertigt wurde, lässt sich zu jedem dieser Druck-Einstellungen die jeweilige Dichte berechnen.

Die hier gemessenen Energien sind:

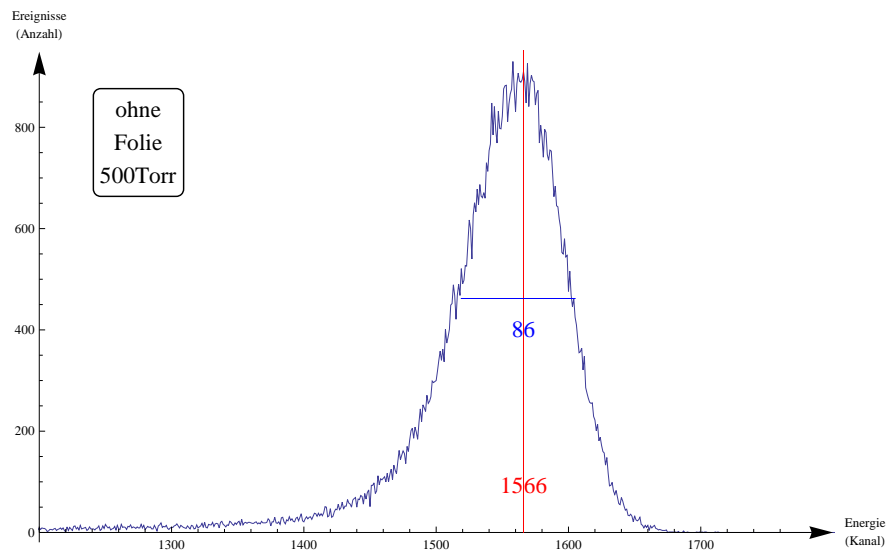


Abbildung 9
Aufnahme ohne Folie bei 500Torr

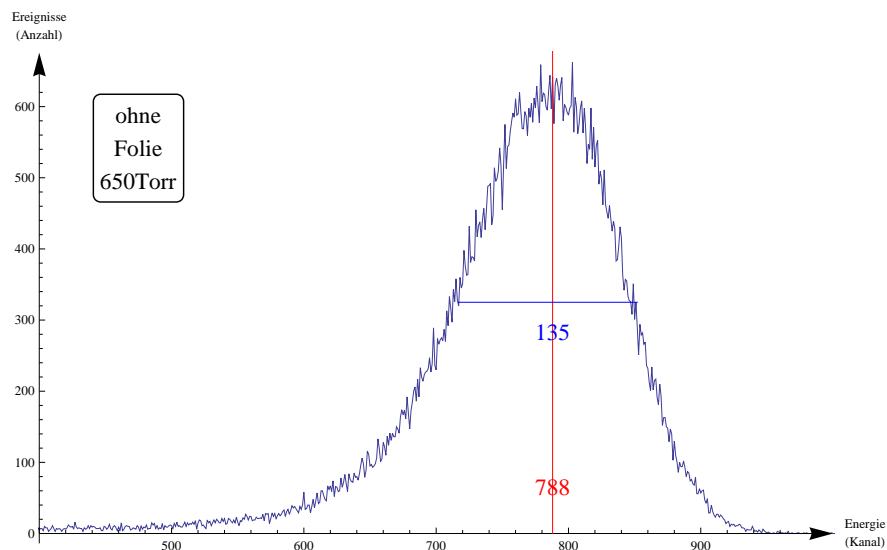


Abbildung 10
Aufnahme ohne Folie bei 650Torr

Durck	Kanal	Energie (keV)
500 Torr	1566	$2685,51 \pm 29,3901$
650 Torr	788	$1369,54 \pm 24,4948$

Nehmen wir nun an, dass es sich um ein ideales Gas handelt, gilt die Gleichung

$$p = \varrho R_s T \quad (3.4.1)$$

(R_s :spez. Gaskonstante $2156,85 \frac{\text{Torr} \cdot \text{cm}^3}{\text{K} \cdot \text{g}}$,
 T:Temperatur in Kelvin (Raumtemperatur 295K))

Um nun die Dichte mit der Energie zu bestimmen, benutzen wir

$$\varrho = \frac{1}{712,2 \frac{\text{MeV} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}}} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta x} \quad (3.4.2)$$

Setzen wir nun alles ein, erhalten wir:

Durck	Dichte ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)	Druck (Pa)	Druck (Torr)
500 Torr	0,981	83073,1	623,1
650 Torr	1,228	103990	779,986

Da diese errechneten Werte um einiges von den eingestellten abweichen, ist anzuzweifeln, ob die getroffenen Näherungen hier sinnvoll sind. Beispielsweise wird hier vom idealen Gas ausgegangen. Auch die Näherungen innerhalb der Bethe-Bloch-Formel und dass die Luft während der Expansion abkühlen könnte ist hier unberücksichtigt geblieben.

4 Anhang und Nachweise

4.1 Bilderquelle

Theorie-Teil: Abbildung 1 stammt aus der Literaturquelle „*Elementare Teilchen*“.

Theorie-Teil: Abbildung 2-3 sowie alle graphischen Auswertungen wurde mit *Mathematica* erstellt.

Skizzen aus Durchführung und Aufbau wurden von den Protokollanten mit Hilfe von *Inkscape* erstellt.

4.2 Quellenangabe

- J. Bleck-Neuhaus, Elementare Teilchen, Kapitel 2, Springer Verlag, Berlin 2010.
- Herausgegebenes Zusatzmaterial „Absorption von Alpha-Teilchen in Materie“, 10.5.2010

4.3 Bilderanhang

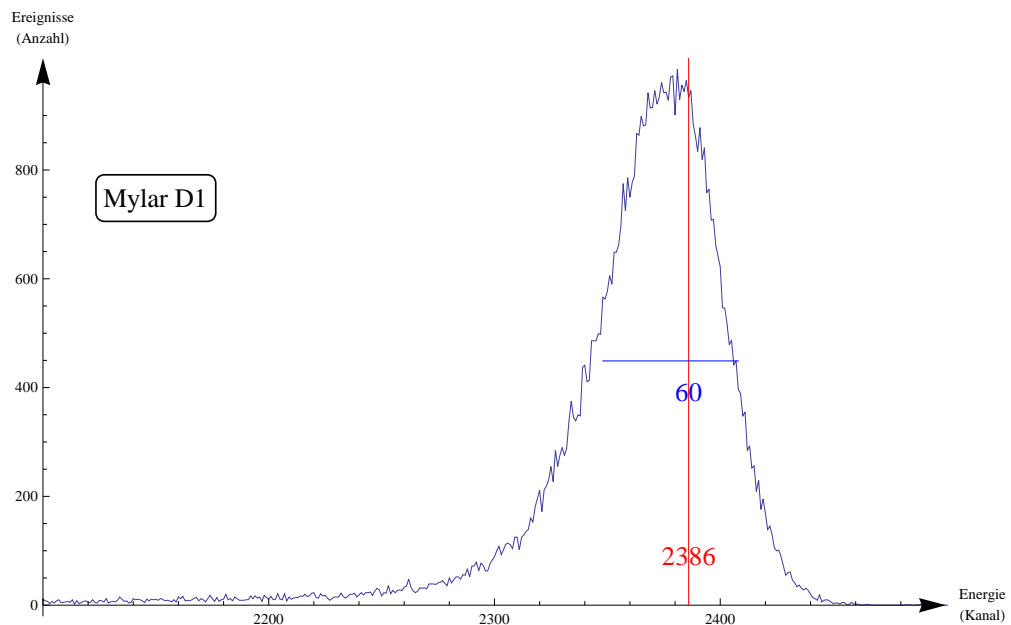


Abbildung 11
Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Mylar Dicke 1D

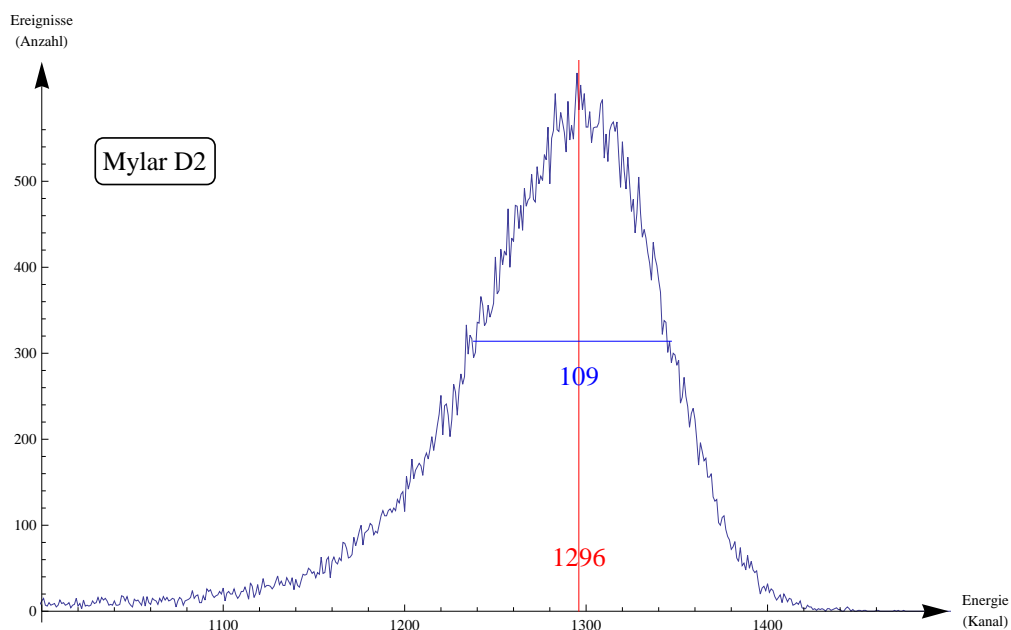


Abbildung 12
 Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Mylar Dicke 2D

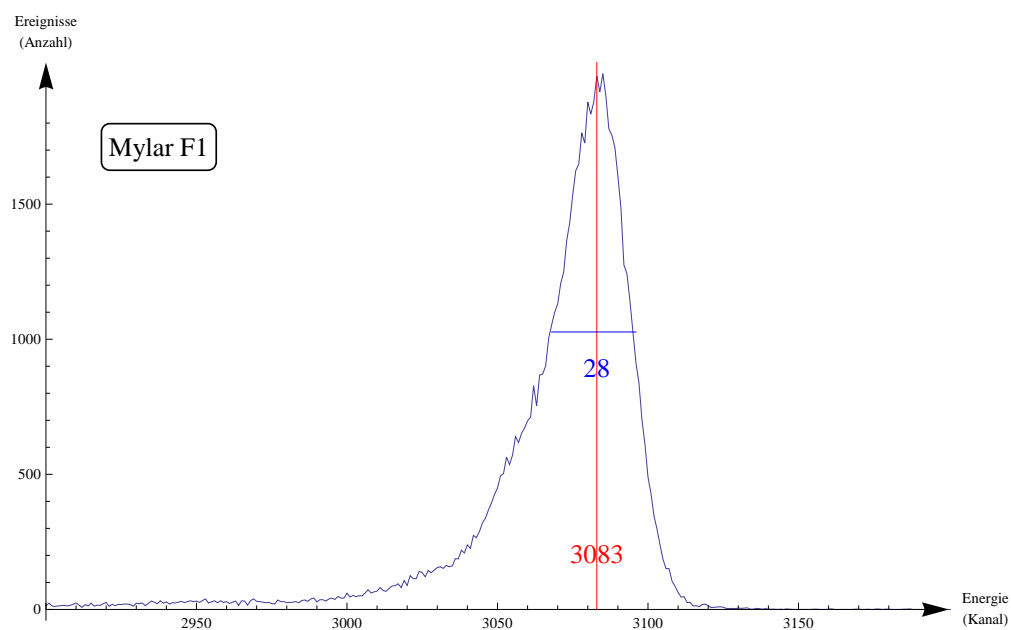


Abbildung 13
 Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Mylar Dicke 1F

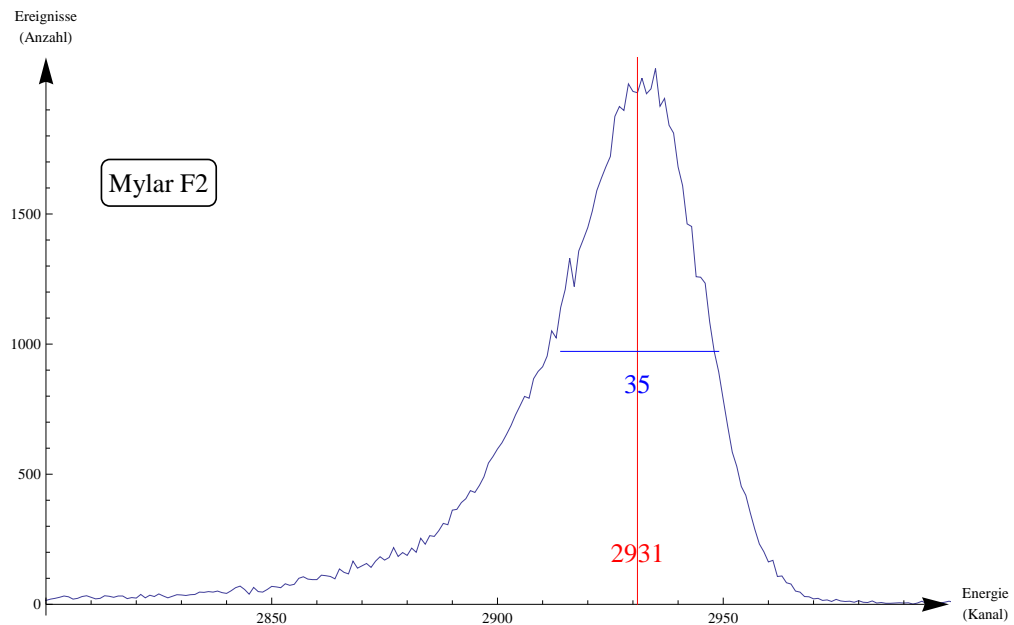


Abbildung 14
Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Mylar Dicke 2F

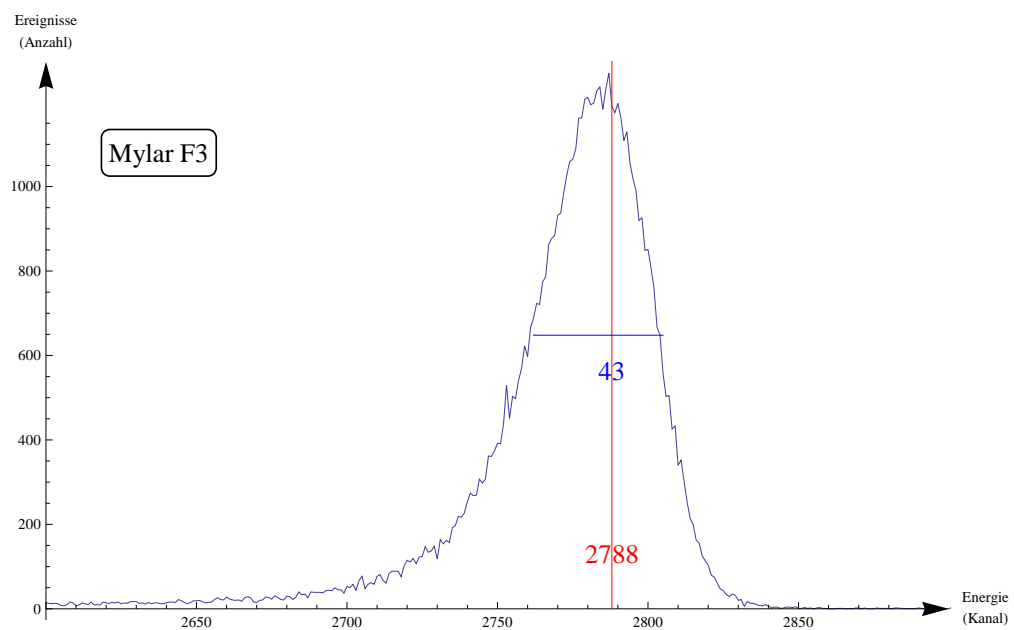


Abbildung 15
Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Mylar Dicke 3F

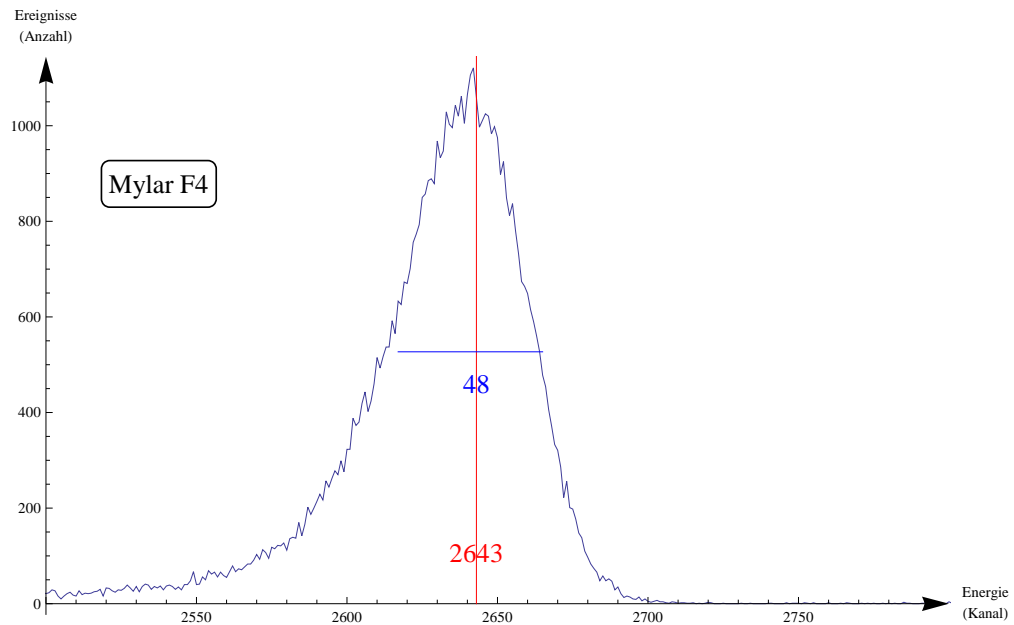


Abbildung 16
 Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Mylar Dicke 4F

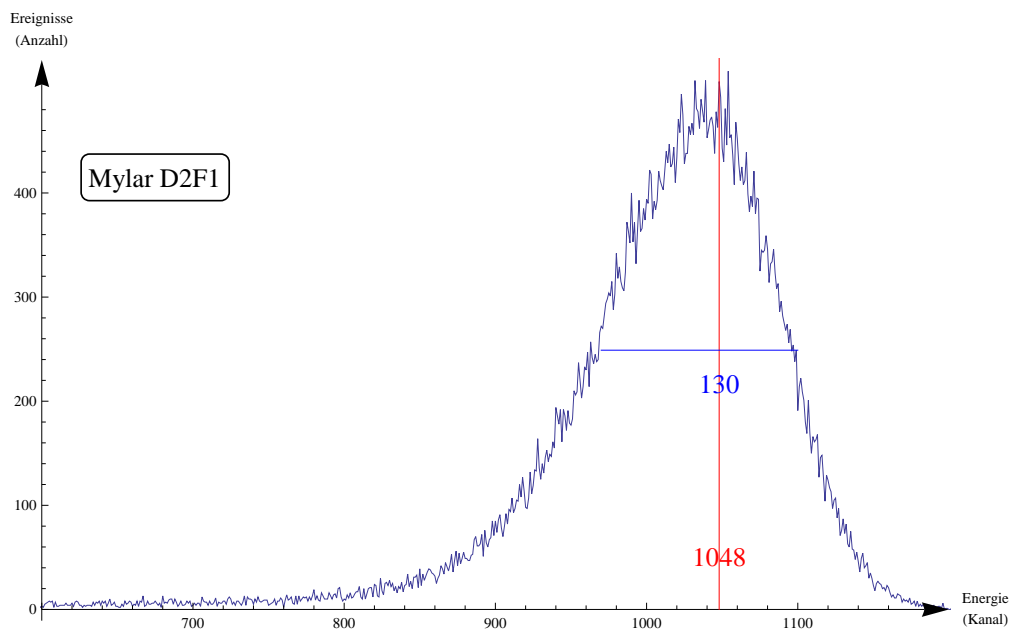


Abbildung 17
 Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Mylar Dicke 2D1F

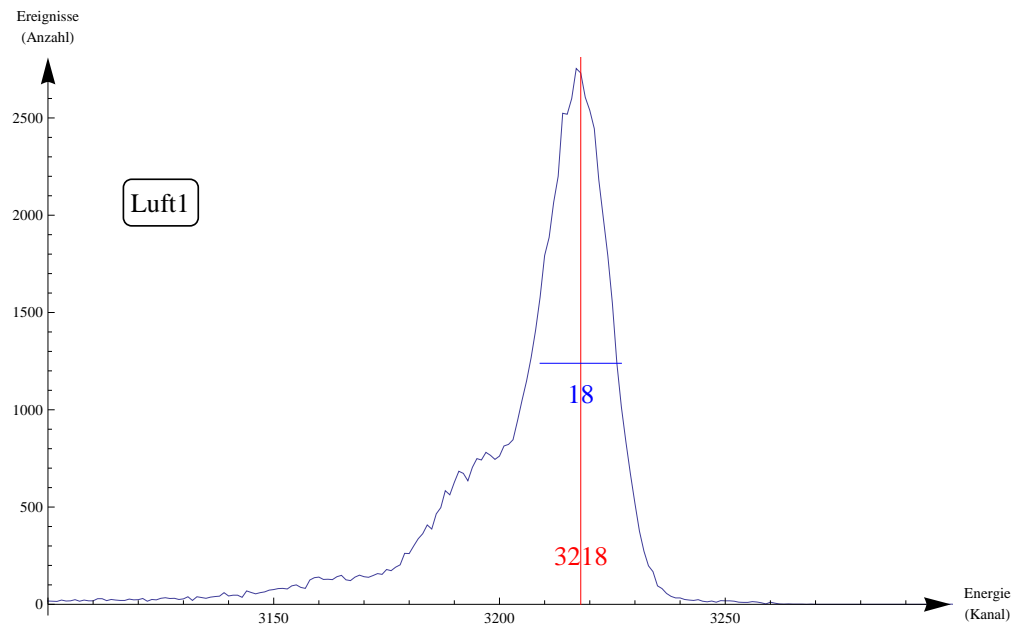


Abbildung 18
 Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Leere Messung vor Folienmessung

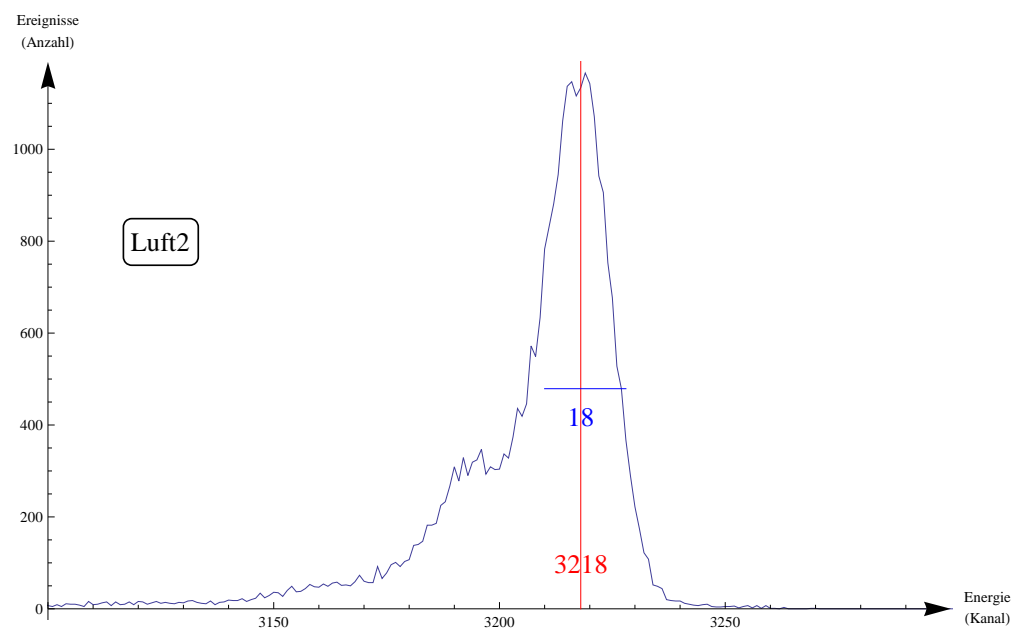


Abbildung 19
 Absorptionsmessung Energie gegen Kanal, Leere Messung nach Folienmessung