

## Präsenzaufgabe

z) Leiten sie die Formel  $f = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$  für den relativistischen Dopplereffekt her. Tipp:  $E = h\nu$ .

$$E = h\nu \quad , \quad p = \frac{E}{c}$$

$$pc = \begin{pmatrix} E \\ pc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ E \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} E^* \\ E^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\gamma + \gamma\beta)E \\ (\gamma\beta + \gamma)E \end{pmatrix}$$

$$f = \frac{E^*}{E} = \gamma + \gamma\beta = \gamma(1 + \beta) = \frac{1+\beta}{\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}} = \frac{\sqrt{1+\beta}}{\sqrt{1-\beta}}$$

a) Eine fokussierende Linse kann mittels dreier hintereinander angeordneter Quadrupolmagnete alternierender Polarität gebaut werden.

a) Leiten sie ausgehend von der allgemeinen Transportmatrix eines Quadrupols endliche Länge die Näherung für eine dünne Linse her.

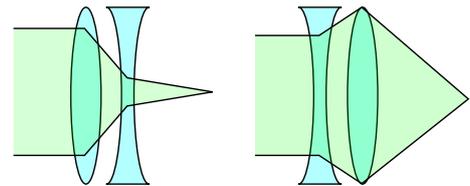
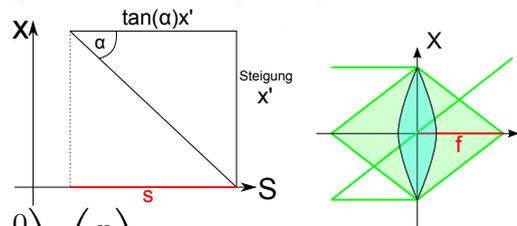
$$\begin{pmatrix} x_s \\ x'_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}$$

Dünne Linsen:

$$\text{Zerstreuung: } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{|f|} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{|f|} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{|f|} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\text{Sammel: } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{|f|} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{FO-Element: } \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{|f|} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -\frac{1}{|f|} & 1 \end{pmatrix}$$



## Aufgabe 1: Präsenzteil

**Präsenzteil:** Die Elektronenbahn sei idealisiert als gerade angenommen. Welche Wellenlänge hat die Grundfrequenz (=erste Harmonische) der Undulatorstrahlung? Bitte betrachten sie einen Lösungsweg komplett im Laborsystem sowie eine Rechnung, welche die Anregungsfrequenz im Ruhesystem der Elektronen als Zwischenschritt beinhaltet.

$$\nu_{ph} = \frac{c}{\lambda} \quad , \quad \beta_e = \frac{\nu_{ph}}{c} \quad , \quad p^2 + m^2 = E^2$$

$$\Rightarrow \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}} = 0.9999998$$

$$\frac{s_e}{s_{ph}} = \frac{\nu_e}{\nu_{ph}} = \frac{\nu_e}{c} = \beta_e$$

$$\lambda_{ph} = s_A = s_{ph} - s_e = \frac{s_e}{\beta_e} - s_e = \frac{10mm}{\beta_e} - 10mm \approx 1,612nm$$