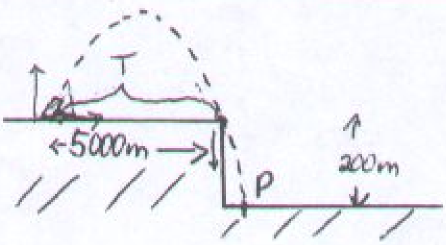
2. Klausur zur Mechanik I | **WS 97/98**
Prof. U. Mosel | **12.2.98**

Zeit: 3h

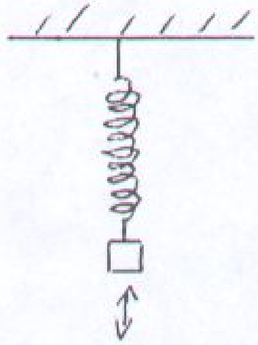
Bitte bearbeiten Sie die verschiedenen Aufgaben auf getrennten Blättern!

Bitte Namen auf jedes abzugebene Blatt schreiben!

Bitte Namen des Übungsgruppenleiters auf jedem Blatt angeben!



K1) (8 Punkte) Die Mündungsgeschwindigkeit des Mörsers beträgt 300 m/s, er schießt in einem Winkel größer als 45° zur Horizontalebene. Welcher Punkt wird getroffen, wenn das Projektil gerade den Rand des Abhangs streift (vgl. Abb.). Die Luftreibung soll vernachlässigt werden.



K2) Die Masse m=0.1 kg hängt senkrecht an einer Feder und dehnt sie um 0.05 m. Sie wird danach in Schwingungen versetzt und es wirkt dann in der z-Richtung eine Dämpfungskraft $F_D = -\beta \dot{z}$, wobei $\beta = 0.02$ Ns/m.

(a) (3 Punkte) Durch welchen Faktor wird die Schwingungsamplitude im Laufe von 10 Schwingungen reduziert?

(b) (2 Punkte) Wie groß ist die Verzögerung der Schwingungsperiode relativ zu der, die man ohne Dämpfung haben würde?

K3) (3 Punkte) Die momentane Gesamtenergie der schwingenden Masse aus Aufgabe **K2)** ist gegeben durch

$$E(t) = \frac{1}{2}m\dot{z}^2(t) + \frac{1}{2}k(z(t) - z_0)^2 \quad ,$$

wobei k die Federkonstante und z_0 die Ruhelage der Masse bezeichnet. Wie lautet die Newtonsche Bewegungsgleichung? Zeigen Sie direkt aus der Bewegungsgleichung, daß während des Schwingungsvorgang stets

$$\frac{d}{dt}E(t) \leq 0$$

erfüllt ist. Was bedeutet das physikalisch?

K4) (7 Punkte) Betrachten Sie eine Potentialstufe (im gesamten Raum)

$$V(x,y,z) = \begin{cases} 0 & \text{für } z \le 0 \\ -V_0 & \text{für } z > 0 \end{cases} \qquad (V_0 \ge 0)\,.$$

Ein Teilchen bewege sich mit einer Gesamtenergie E zunächst im Halbraum $z \le 0$ auf die Trennfläche $z = 0$ zu, so daß der eingeschlossene Winkel zwischen seiner Bewegung und der z-Achse α sei. Wenn das Teilchen die Trennfläche durchläuft, was ist der entsprechende Winkel β im Halbraum $z > 0$? Machen Sie dazu Gebrauch von dem Energieerhaltungssatz. Drücken Sie den Brechungsindex $n := \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ durch die Gesamtenergie E und die Potentialtiefe V_0 aus.

K5) (8 Punkte) Zur Paketbeförderung wird ein Tunnel von der Erdoberfläche direkt durch den Mittelpunkt der Erde bis genau an die gegenüberliegende Seite gebohrt. Die Paketkapsel habe die Masse m. Ihr Potential im Innenraum der Erde lautet:

$$V(r) = -\frac{3}{2}\gamma\frac{mM_E}{R_E}\left(1 - \frac{1}{3}\left(\frac{r}{R_E}\right)^2\right) \qquad \text{für} \quad r \le R_E \quad .$$

Hierbei bezeichnet M_E die Masse der Erde, R_E den Radius der Erde und r den Abstand der Kapsel vom Erdmittelpunkt. Man läßt die Kapsel nun fallen. Wie lange braucht sie, bis sie auf der gegenüberliegenden Seite erscheint? Mit welcher Geschwindigkeit kommt sie an der gegenüberliegenden Seite heraus? Mit welcher Geschwindigkeit passiert sie den Erdmittelpunkt? Vernachlässigen sie jegliche Reibungseffekte.
$(g_E \approx 10\,m/s^2,\ R_E \approx 6370\,km)$

K6) Nach den Vorlesungen kann die radiale Bewegungsgleichung eines Teilchen in einem Zentralfeld $F(r)$ in der Form

$$m\ddot{r} = F(r) + \frac{mh^2}{r^3}$$

geschrieben werden, wobei h die Konstante $r^2\dot{\theta}$ bezeichnet. Wir betrachten in dieser Aufgabe den Fall eines 3-dimensionalen harmonischen Oszillators:

$$F(r) = -k\,r.$$

(a) (2 Punkte) Mit welchem Radius r_0 kann für gegebenes h eine Kreisbewegung aufrecht erhalten werden? Wie groß ist dann die entsprechende Umlauffrequenz?

(b) (4 Punkte) Man betrachte eine Störung $\Delta r = \xi(t)$ der Kreisbewegung, wobei $|\xi(t)| \ll r_0$ ist. Mit welcher Frequenz schwingt $\xi(t)$? Vergleichen Sie mit dem Resultat aus (a).

K7) (5 Punkte) Geben Sie die Bewegungsgleichungen des 3-dimensionalen harmonischen Oszillators aus Aufgabe **K6)** *explizit* in den drei kartesischen Koordinaten x, y und z an. Jede dieser drei Bewegungsgleichungen entspricht der Bewegung eines 1-dimensionalen harmonischen Oszillators. Notieren Sie die allgemeinste Lösung des Problems.

Versuchen Sie nun zu begründen, warum die allgemeinste Bewegung des Teilchens eine Ellipse um den Ursprung beschreibt. Nutzen Sie für Ihre Argumentation die Tatsache aus, daß die Bewegung tatsächlich in einer ausgezeichneten Ebene stattfindet (warum ?), z.B. $z(t) = 0$.

K8) Um exakt 12:00 mitteleuropäischer Zeit (gemessen in einem Inertialsystem der Erde) läßt ein Astronaut auf dem Mond einen Schraubenschlüssel auf seinen Fuß fallen und schreit "Verflucht" in sein Mikrophon im Helm (Ereignis A). Dieses "Signal" wird sofort über das Mikrophon mittels Radiowellen auf die Erde weitergeleitet. *Eine Sekunde* nach 12:00 (Ereignis B) unterbricht ein vorübergehender Kurzschluß den Empfangsverstärker der Basisstation auf der Erde. Die Entfernung Erde-Mond beträgt $3.84 \times 10^8\,m$. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt $3 \times 10^8\,m/s$.

(a) (3 Punkte) Kann die Basisstation noch den Ausschrei des Astronauten registrieren? Kann der laute Ausschrei die Ursache für den Kurzschluß darstellen?

(b) (2 Punkte) Ist der Raumzeitabstand zwischen dem Ereignis A und dem Ereignis B zeitartig, raumartig oder lichtartig? Wie lautet er?

(c) (3 Punkte) Mit welcher Geschwindigkeit muß eine Rakete an Erde und Mond vorbeifliegen, damit die Ereignisse A und B in dessen Bezugssystem gleichzeitig passieren? Was ist dann der räumliche Abstand zwischen beiden Ereignissen in diesem Bezugssytem?