Hinweise:
- jede Aufgabe auf ein extra Blatt mit Namen und Übungsgruppe
- zugelassen: ein Physiklehrbuch und ein math. Nachschlagewerk

1 Ein Ball, welcher vertikal nach oben geworfen wird, passiert eine gewisse Höhe h nach einer Zeit t_1 auf dem Weg nach oben, und abermals nach einer Zeit t_2 auf dem Weg nach unten. Welche Maximalhöhe erreichte der Ball? Drücken Sie das Ergebnis durch $t_{1,2}$ (und g) aus. 3

2 In einem Plasma ist (in geeigneten Einheiten) das Potential einer Punktladung Q durch 4

$$\phi(\vec{r}) = Q\,\frac{\exp(-r/l_D)}{r}$$

gegeben. Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$, seine Rotation sowie den Fluss von $\vec{E}$ durch eine Kugeloberfläche um Q mit Radius R.

3 Gegeben seien die Vektoren $\vec{u} = (1, 1, 3)$, $\vec{v} = (1, -2, -3)$ und $\vec{w} = (-2, 1, 0)$. 3

a) Berechnen Sie $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$, $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$ und $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$.

b) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ linear abhängig sind und berechnen Sie die Koeffizienten y, z in der Gleichung $\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = 0$.

4 Gegeben seien die Kraftfelder $\vec{F}_1 = c_1(0, z, y)$ und $\vec{F}_2 = c_2(0, -z, y)$, die Koeffizienten c_i sind konstant. 3

a) Welches dieser Felder besitzt ein Potential?

b) Geben Sie, falls möglich, das Potential an; dabei sei $V(\vec{r} = 0) = 0$.

5 Der Planet Neptun bewegt sich auf einer (annähernd) kreisförmigen Bahn in 165 Jahren einmal um die Sonne. Bestimmen Sie aus dem (mittleren) Abstand Erde-Sonne ($a_e = 1.5 \cdot 10^8$ km) 3

a) den Bahnradius sowie

b) die Bahngeschwindigkeit des Neptun.

6 Ein Körper der Masse $m = 0.2\,\text{kg}$ hänge an einer Feder und dehne sie um $d = 10\,\text{cm}$. Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ wirke die äußere Kraft $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ mit $F_0 = 1.8\,N$ und $\Omega = 8/\text{s}$. Zeigen Sie explizit, dass die Auslenkung als Funktion der Zeit eine Schwebung ist und skizzieren Sie diese. (Hinweis: $\cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$; der Einfachheit halber können Sie von $g \approx 10\,\text{m/s}$ ausgehen.) 5

7 Zeigen Sie, dass die Umlaufbahnen 3

a) $r(\varphi) = e^{-\varphi}$

b) $r(\varphi) = 1/\varphi$

in einem Zentralfeld auf die gleiche r-Anhängigkeit der Kraft (welche?) führen. Wieso ist das möglich?

8 Betrachtet werden die durch 3

$$\begin{aligned} x &= ar \cos\theta \cos\phi \\ y &= br \cos\theta \sin\phi \\ z &= cr \sin\theta \end{aligned}$$

eingeführten Koordinaten, wobei $r \in [0, 1]$, $\theta \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi]$ und a, b, c konstant sind. Berechnen Sie die sogenannte Jacobi-Determinante

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial x}{\partial \phi} & \frac{\partial y}{\partial \phi} & \frac{\partial z}{\partial \phi} \end{vmatrix}.$$