(1710) Lorentz-Kraft: $F = q(\vec{v}\times\vec{B})$; $\vec{B} = B\vec{e}_z$

(a) Bewegungsgl.: $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} \rightarrow m\ddot{\vec{r}} = q(\vec{v}\times\vec{B})$

$$\vec{v}\times\vec{B} = \left(v_y B_z - \cancel{B_y v_z}^{\,0},\ \cancel{v_z B_y}^{\,0} - B_z v_x,\ \cancel{v_x B_y - v_y B_x}^{\,0}\right) \quad (\text{Beachte: } \vec{B} = B\vec{e}_z)$$

$\Rightarrow$

$$m\ddot{\vec{x}} = B\left(v_y\vec{e}_x - v_x\vec{e}_y\right)$$

oder $\underbrace{\dot{\vec{v}} \overset{(*)}{=} \frac{qB}{m}\left(\vec{v}\times\vec{e}_z\right)}$ oder $\boxed{\begin{pmatrix}\dot{v}_x\\ \dot{v}_y\\ \dot{v}_z\end{pmatrix} = \frac{qB}{m}\begin{pmatrix}v_y\\ -v_x\\ 0\end{pmatrix}}$ (1)

Bemerkung: Bei (1) handelt es sich um ein System von gekoppelten Differentialgleichungen, das zu einem späteren Zeitpunkt behandelt wird

b) Aus (*) $\Rightarrow \boxed{\dot{\vec{v}}\perp\vec{v}\ !}$

Somit $\frac{d}{dt}|\vec{v}(t)|^2 = \frac{d}{dt}v^2 = \dot{\vec{v}}\cdot\vec{v} + \vec{v}\cdot\dot{\vec{v}} = 2\,\vec{v}\cdot\dot{\vec{v}} \overset{!}{=} 0$

$\Rightarrow v(t) \equiv |\vec{v}(t)| = \text{const.}$ ✓

c) $\frac{d}{dt}(\vec{v}\cdot\vec{B}) = \dot{\vec{v}}\cdot\vec{B} + \underbrace{\vec{v}\cdot\dot{\vec{B}}}_{\substack{=0,\\ \text{da } \vec{B}=\text{const.}}} = \dot{\vec{v}}\cdot\vec{B} \underset{\substack{\text{Bewegungs-}\\ \text{gleichg}}}{=} \frac{q}{m}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\vec{B} = 0$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{v}\cdot\vec{B}) = 0 \underset{\frac{d}{dt}|\vec{v}| \overset{!}{=} 0,\ \text{siehe (b)}}{\Rightarrow} |\vec{v}|\cdot|\vec{B}|\frac{d}{dt}\cos\vartheta = 0 \rightsquigarrow \boxed{\vartheta = \text{const}}$ ✓