**Prof. Mosel** **Wintersemester 2007/2008**

**Übungen zu “Mathematische Methoden der Physik”**

---

**Präsenzaufgaben für den 12.11.2007**

**P11. Wiederholung (Integration)**

Die folgenden Aufgaben sollen mittels der partiellen Integration und der Substitution ausgewertet werden.

**(a)** Zeigen Sie, dass gilt:
$\int_0^x y^2 e^{-y^2}\ dy = \frac{1}{2}\left(-xe^{-x^2} + \int_0^x\ e^{-y^2} dy\right)$, indem Sie den Integranden $y^2 e^{-y^2}$ in geeigneter Weise partiell integrieren.

**(b)** Berechnen Sie mittels der Substitutionsregel folgenden Ausdruck:
$\int_0^{\pi/4} sin(x) cos^3(x)\ dx$

**P12. Kurven- und Flächenintegration**

**(a)** Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{a} = (3x^2 + 2y,\ \ -9xz,\ 8xz^2)$. Berechnen Sie das Kurvenintegral für das Kurvenstück von $(0,\ 0,\ 0)$ nach $(1,\ 1,\ 1)$ über zwei verschiedene Wege :
$C_1$: Gerade von $(0,\ 0,\ 0)$ nach $(1,\ 1,\ 1)$,
$C_2$: Teilgeraden von $(0, 0, 0)$ über $(1, 0, 0)$ über $(1, 1, 0)$ nach $(1, 1, 1)$,
(a) durch direkte Integration, und (b) durch eine geeignete Parametrisierung der Wegstücke $C_1$ und $C_2$.

**(b)** Berechnen Sie das Flächenintegral von $f(\vec{r}) = 50 - 14x - 16y$ über die Fläche $F$, die als der im ersten Oktanten gelegene Teil der Ebene $2x + 2y + z = 6$ definiert ist. Dazu ist es hilfreich, diese Fläche im 3-dimensionalen Raum zu skizzieren. Betrachten Sie anschliessend die Projektion dieser Fläche auf der $xy$-Ebene.

**P13. Anwendung von P12: Konservative Kraftfelder**

Betrachten Sie das Kraftfeld $\vec{F} = (2xy + z^3,\ x^2,\ 3xz^2)$.

**(a)** Berechnen Sie das Kurvenintegral vom Ursprung $(0,\ 0,\ 0)$ bis zum Punkt $(1,\ 1,\ 1)$ auf den 2 Wegen $C_{1,2}$ (vgl. P12(a)). Was fällt auf?

**(b)** Ist die Zirkulation des Kraftfeldes Null? Berechnen Sie also seine Rotation.

**(c)** Ist das Kraftfeld $\vec{F}$ ein Gradientenfeld? Wenn ja, geben Sie das zugehörige Potential an.

## Bitte Wenden!

## Hausaufgaben für den 19.11.2007

**H9.** (4 Punkte) Gegeben sei das Kraftfeld

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} x + 2y + az \\ bx - 3y - z \\ 4x + cy + 2z \end{pmatrix} \quad . \tag{1}$$

Für welche Wahl der Konstanten $a,\ b,\ c$ besitzt diese Kraft ein Gradientenfeld? Berechnen Sie für diesen Fall das zugehörige Potential.

**H10.** (4 Punkte) Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass im Gravitationsfeld $\vec{F} = -\gamma \frac{mM}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ die Kurvenintegrale $\int \vec{F} d\vec{r}$ entlang der Geradenstücke
$C_1 : \ A = (0,\ 0,\ l) \longrightarrow B = (0,\ 2l,\ l) \longrightarrow D = (3l,\ 2l,\ l)$, und
$C_2 : \ A = (0,\ 0,\ l) \longrightarrow C = (3l,\ l,\ l) \longrightarrow D = (3l,\ 2l,\ l)$
gleich sind, und geben Sie eine Begründung dafür an.