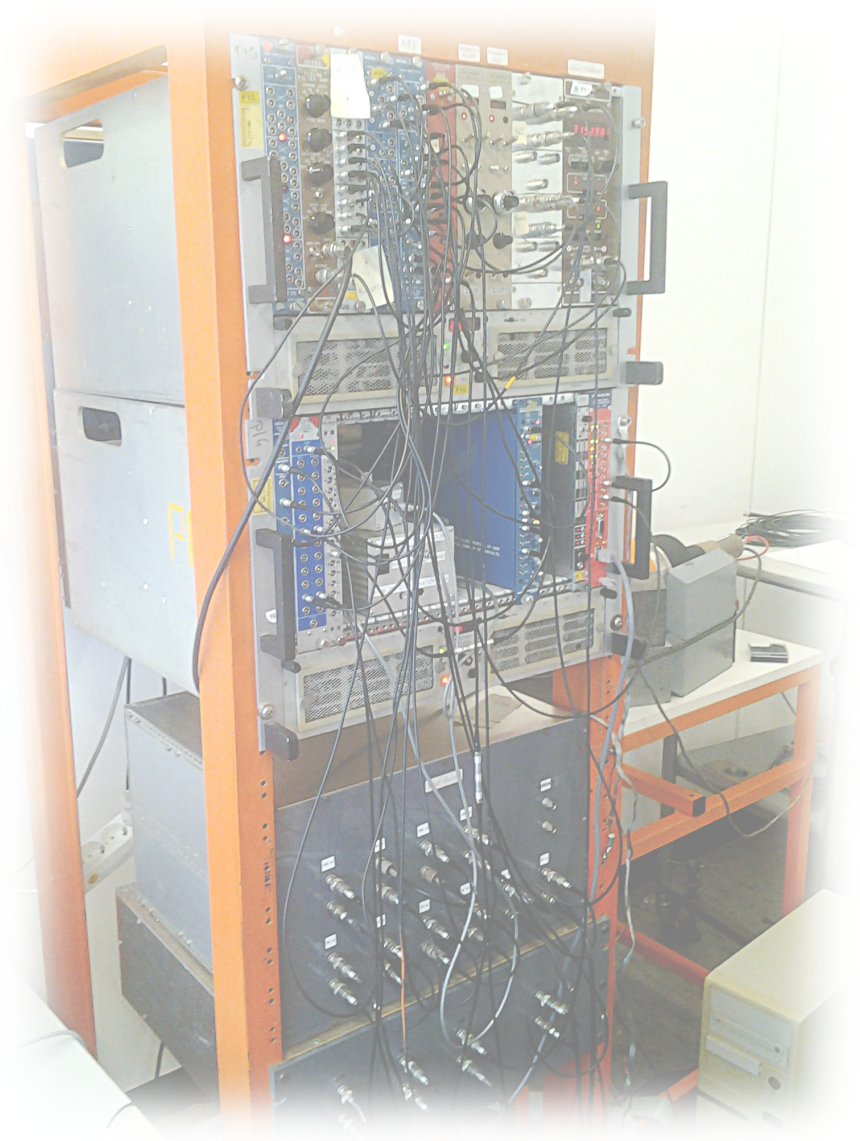
Compton-Streuung

Dennis Getzkow & Julian Bergmann

7. August 2012



Inhaltsverzeichnis

1 γ–Strahlung **1**
1.1 Allgemeines . . . 1
1.2 Compton–Effekt . . . 2
1.3 Photoeffekt und Paarbildung . . . 4
1.4 γ–Spektrum . . . 5

2 Szintillationsdetektor **7**

3 Koinzidenzschaltung **8**

4 Durchführung **9**
4.1 Energieeichung . . . 9
4.2 Cäsium-Messung, 180° . . . 10
4.3 Winkelabhängigkeit der Comptonstreuung . . . 10

5 Anhang und Nachweise **14**
5.1 Bilderquellen . . . 14
5.2 Quellenangabe . . . 14
5.3 Bilderanhang . . . 15

F-Praktikum an der JLU
Dennis Getzkow
Julian Bergmann

1 γ–Strahlung

1.1 Allgemeines

Bei radioaktiven Zerfällen können neben entstehenden Tochterkernen noch eine oder mehrere von drei Strahlenarten entstehen. Bezeichnet werden diese als α–, β – oder γ–Strahlen. Die ersten beiden Strahlenarten haben gemein, dass sie aus geladenen Teilchen bestehen; so verbergen sich hinter den Bezeichnungen α– bzw. $\beta^{\pm}$–Teilchen ${}^4_2\mathrm{He}$–Kerne bzw. $e^{\pm}$. In dieses Schema reiht sich die γ–Strahlung nicht ein. Diese besteht aus Photonen und hat daher keine Ladung oder gar eine Masse. Ein weiterer Unterschied: es gibt keinen Zerfall, in dem nur γ–Strahlung emittiert wird; viel eher ist die γ–Strahlung Folge einer Kernabregung nach einem Zerfall, bei dem entweder α– bzw. β–Strahlung auftrat.

Aufgrund ihrer Eigenschaften, kann γ–Strahlung Materie viel leichter durchdringen, als es $e^{\pm}$ oder Heliumkernen aufgrund ihrer räumlichen Ausdehnung (im Falle des He–Kerns; $e^{\pm}$ gelten als punktförmig) und Ladung möglich ist. Auf diesen Umstand gehen wir in Abschnitt 1.3 ein.

Die γ–Strahlung fand zur Zeit seiner Entdeckung im Jahr 1900 wenig Beachtung, was sich auch darin niederschlägt, dass die Strahlung ihren Namen nicht von ihrem Entdecker Paul Villard erhielt, sondern erst drei Jahre später von Sir Ernest Rutherford benannt wurde. Der Grund für Villards mangelndes Interesse lag in der Tatsache, dass mit den Röntgenstrahlen bereits eine elektromagnetische Welle bekannt war, die der beobachteten γ–Strahlung sehr ähnlich war und somit eigentlich nichts Neues darstellte. Der Unterschied liegt lediglich in ihrer Energie bzw. in ihrer Wellenlänge oder Frequenz. Dabei haben γ–Strahlen eine Wellenlänge in der Größenordnung von etwa 10^{-13} m bis 10^{-11} m, während die Wellenlänge der Röntgenstrahlung etwa im Bereich von 10^{-11} m bis 10^{-8} m liegt. Die unterschiedlichen Frequenzen der Strahlen und die damit verbundenen Energien bewirken, dass γ–Strahlen eine höhere Energie als Röntgenstrahlen aufweisen.

Nachdem man die hohen Energien der γ–Strahlen erkannte und daraus ableitete, dass sie keinesfalls aus der Elektronenhülle der emittierenden Quelle stammen konnten, verwendete man ab diesem Zeitpunkt den Begriff γ–Strahlen für die Strahlung deren Herkunft nicht die Elektronenhülle war, sondern die Abregung angeregter Kernzustände, die bei Zerfällen entstehen. Die Strahlen–Energie ist dabei elementspezifisch und lässt Rückschlüsse auf das Mutternuklid zu.

Erst später erkannte man die Energiequantelung und nannte die Quanten Photonen; ferner erkannte man, dass die Photonen mehr als bloße Welleneigenschaften aufwiesen, was zu Widersprüchen in den klassischen Betrachtungen führte. Um die empirischen Befunde mit theoretischen Betrachtungen in Einklang zu bringen, bedurfte es der etwa 1925 von Heisenberg und Schrödinger eingeführten Quantenmechanik, mit welcher bis-

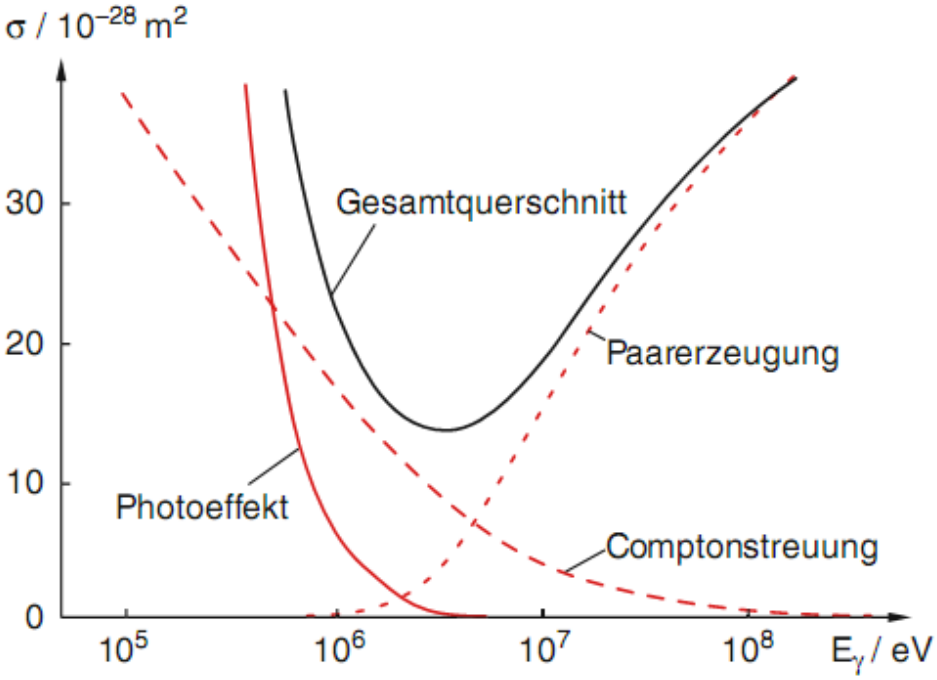


Abbildung 1
Wirkungsquerschnitt für Photoeffekt, Compton–Effekt und Paarbildung (entnommen aus „Experimentalphysik 4“ zweite Auflage von Wolfgang Demtröder)

her klassisch nicht zu erklärende Beobachtungen, wie z.B. die ionisierende Wirkung der γ–Strahlen, erklärt werden konnte.

1.2 Compton–Effekt

Die eben betrachteten Röntgen– und γ–Strahlen stellen elektromagnetische Wellen dar. Der Wellencharakter konnte Anfang des 20. Jahrhunderts durch die Beobachtung für die Beugung des Lichts an Kristallgittern nachgewiesen werden. Ein reiner Wellencharakter würde aber nicht die Entdeckung von Compton erklären: er beobachtete bei der Streuung von Röntgenstrahlung eine Komponente der Streustrahlung mit einer größeren Wellenlänge als die der einschwingenden Welle. Die Wellenlängenänderung war dabei allein von dem Streuwinkel abhängig und nicht etwa vom Streumaterial. Klassisch ist dies nicht zu erklären; die einlaufende Welle dürfte bei der Streuung keine Änderung der Wellenlänge und somit keine Änderung der Energie oder Frequenz erfahren. Compton behandelte daraufhin die Röntgenstrahlung wie eine Teilchenstrahlung. Daher rechnete er mit „Lichtteilchen“ und nahm an, dass diese an freien (oder zumindest schwach gebundenen), ruhenden Elektronen elastisch stoßen. Wir gehen die Berechnungen (nach „Elementare Teilchen“, Bleck–Neuhaus, Springer Verlag, 2010) nachfolgend durch:

Wir können Energie– und Impulserhaltung fordern:

$$\vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma = \vec{p}_e \quad \text{(Impulserhaltung)}$$
$$E_\gamma - E'_\gamma + m_e c^2 = E_e \quad \text{(Energieerhaltung)}$$

Außerdem gilt zwischen Impuls und Energie freier Teilchen die folgende Beziehung:

$$E^2 = (cp)^2 + (mc^2)^2$$

Da das Photon keine Masse hat, gilt $E_\gamma = cp_\gamma$ und $E'_\gamma = cp'_\gamma$. Wir können daher die Formel für die Impulserhaltung folgendermassen umschreiben:

$$\begin{aligned}
\vec{p}_\gamma - \vec{p}_\gamma{}' &= \vec{p}_e \\
c\vec{p}_\gamma - c\vec{p}_\gamma{}' &= c\vec{p}_e \\
(c\vec{p}_\gamma - c\vec{p}_\gamma{}')^2 &= (c\vec{p}_e)^2 \\
(c\vec{p}_\gamma)^2 + (c\vec{p}_\gamma{}')^2 - 2c^2(\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_\gamma{}') &= (c\vec{p}_e)^2 \\
E_\gamma^2 + E'^2_\gamma - 2E_\gamma \cdot E'_\gamma \cdot \cos\theta_{\gamma\gamma'} &= (c\vec{p}_e)^2
\end{aligned}$$

Auch die Energieerhaltung schreiben wir um. Dabei nutzen wir, dass wegen der E–p–Beziehung $(m_e c^2)^2 = E_e^2 - (c\vec{p}_e)^2$ gilt:

$$\begin{aligned}
E_\gamma - E'_\gamma + m_e c^2 &= E_e \\
(E_\gamma - E'_\gamma)^2 + 2(E_\gamma - E'_\gamma)m_e c^2 + (m_e c^2)^2 &= E_e^2 \\
\xrightarrow[\substack{(m_e c^2)^2 = E_e^2 - (c\vec{p}_e)^2 \\ \text{abziehen}}]{} (E_\gamma - E'_\gamma)^2 + 2(E_\gamma - E'_\gamma)m_e c^2 &= (c\vec{p}_e)^2 \\
E_\gamma^2 + E'^2_\gamma - 2E_\gamma E'_\gamma + 2(E_\gamma - E'_\gamma)m_e c^2 &= (c\vec{p}_e)^2
\end{aligned}$$

Nun haben wir die beiden Gleichungen

$$E_\gamma^2 + E'^2_\gamma - 2E_\gamma E'_\gamma + 2(E_\gamma - E'_\gamma)m_e c^2 = (c\vec{p}_e)^2$$

und

$$E_\gamma^2 + E'^2_\gamma - 2E_\gamma \cdot E'_\gamma \cdot \cos\theta_{\gamma\gamma'} = (c\vec{p}_e)^2$$

die wir voneinander subtrahieren und erhalten so:

F-Praktikum an der JLU
Dennis Getzkow
Julian Bergmann

$$2E_\gamma E'_\gamma(1-\cos\theta_{\gamma\gamma'}) - 2(E_\gamma - E'_\gamma)m_e c^2 = 0$$

Umstellen liefert die Compton–Formel:

$$\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} = \frac{1}{1+\frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1-\cos\theta_{\gamma\gamma'})} \quad \text{mit } E'_\gamma \leq E_\gamma$$

Für die Wellenlängenänderung bedeutet dies:

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1-\cos\theta_{\gamma\gamma'}) \;\text{ mit } \lambda_C = \frac{\hbar}{m_e c} \approx 400 \text{ fm}$$

Aus den hergeleiteten Formel können einige Folgen abgeleitet werden, beispielsweise kann E'_γ maximal nur eine untere (von Null verschiedene) bzw. obere Grenze erreichen; dass die obere Grenze durch die Energie der einfallenden Photonen gegeben ist, überrascht wenig:

$$\frac{E_\gamma}{1+2E_\gamma/(m_e c^2)} \leq E'_\gamma \leq \frac{E_\gamma}{1+0}$$

Der Wert von E'_γ kann nur zwischen der unteren Grenze und der eingestrahlten Energie liegen. Dabei ist die Energieänderung respektive die Wellenlängenänderung am größten für $\theta_{\gamma\gamma'} = 180°$ und am geringsten für $\theta_{\gamma\gamma'} = 0°$.

Klein–Nishina–Formel

An dieser Stelle wollen wir noch auf die Wahrscheinlichkeit bzw. den differentiellen Wirkungsquerschnitt des Compton–Effekts eingehen. Dieser ist gegeben als:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2}\left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} - \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma}\right)^2 \sin^2\theta_{\gamma\gamma'} + \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma}\right)^3\right)$$

Dabei stellt $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$ den klassischen Elektronenradius dar.

1.3 Photoeffekt und Paarbildung

Die Röntgen–, γ–Strahlen oder Photonen im Allgemeinen können auf verschiedene Weise mit Materie wechselwirken. Man unterscheidet Photoeffekt, Compton–Effekt und Paarbildung. Was der Begriff Compton–Effekt bedeutet — relevant ist dieser bei Ener-

gien im Bereich einiger 100 keV bis MeV — ist in Abschnitt 1.2 geschildert, daher betrachten wir an dieser Stelle nur die anderen beiden Wechselwirkungen.

Photoeffekt
Wird die gesamte Energie eines Photons auf ein Elektron übertragen und schlägt dieses aus der Elektronenhülle eines Atoms, so bezeichnet man dies als Photoeffekt. Dabei liefert das Photon neben der Bindungsenergie, die aufgewand werden muss, um das Elektron aus der Hülle zu schlagen, auch die kinetische Energie des nun freien Elektrons. Die Lücke, die das Elektron in der Hülle hinterlässt, wird durch ein Elektron einer höheren Schale gefüllt; dabei wird wieder Energie in Form von (charakteristischer) Röntgenstrahlung abgegeben.

Dieser Effekt tritt hauptsächlich dann auf, wenn die Photon–Energie geringfügig größer ist als die der Bindungsenergie. Dominant ist der Photoeffekt daher bei niedrigen Energien im keV–Bereich.

Paarbildung und Annihilation
Sobald die Photonenergien mehr als das Doppelte der Ruheenergie eines e^- ($2 \cdot 511$ keV) entsprechen, wird die Paarbildung der dominierende Wechselwirkungsprozess. Dabei entstehen aus einem Photon ein Elektron und ein Positron. Aus Gründen der Impulserhaltung kann dieser Effekt nur dann auftreten, wenn ein Stoßpartner wie ein Atom oder ein Elektron zur Verfügung steht.

Das Gegenstück zur Paarbildung ist die Annihilation. Dabei vernichten sich je ein Elektron und ein Positron und strahlen ihre Energie als Photonen ab.

1.4 γ–Spektrum

Bei unseren Messungen nehmen wir die Spektren der γ–Strahlen unter verschiedenen Winkeln auf. Daher erläutern wir an dieser Stelle, welche Beobachtungen für ein γ–Spektrum typisch sind. Dabei gehen wir auch auf Beobachtungen ein, die in Abbildung 2 nicht ersichtlich sind.

Photopeak
Ursache des Photopeaks ist der Photoeffekt. Hier wird die Gesamtenergie der γ–Quanten erkennbar, denn diese haben beim Photoeffekt ihre gesamte Energie an die im NaJ–Szintillator befindlichen Elektronen abgegeben. Dabei kann nicht ausgeschlossen werden, dass die γ–Quanten nicht auch einen oder mehrere Compton–Effekte ausgelöst haben, bevor sie ihre Energie im Photoeffekt verlieren.

Rückstoß–Peak
Der in Abbildung 2 als Rückstoß–Peak bezeichnete Peak wird durch Photonen verur-

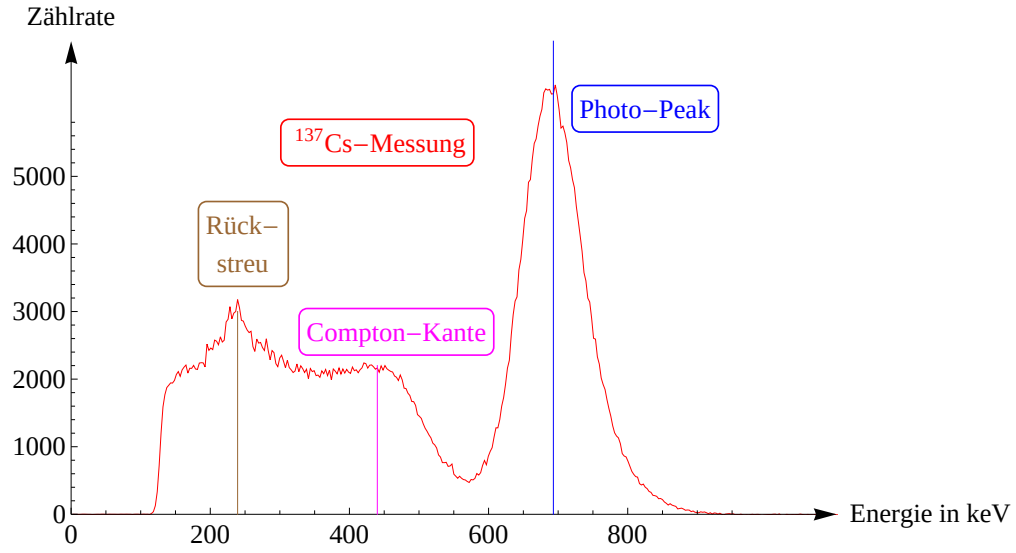


Abbildung 2
Typisches γ–Spektrum (eigene Aufnahme aus dem Versuch „Gamma–Spektroskopie“)

sacht, die außerhalb des Detektors gestreut wurden. Besonders ausgeprägt ist dieser Effekt bei einem Streuwinkel von 180°, daher liegt der Peak um $E'_\gamma(180°)$ unter dem Photopeak.

(Double–)Escape–Peak
Wie bereits erwähnt, können die γ–Quanten — die nötige Energie und Stoßpartner vorausgesetzt — je ein Elektron und Positron erzeugen. Die beiden Leptonen können natürlich auch annihilieren und ihre Energie in Form von Photonen abgeben. Entkommen nun diese Photonen dem Detektor, dann werden zu geringe Energien registriert. Je nachdem, ob ein oder zwei Quanten mit einer Energie von je 511 keV entkommen, sieht man einen Peak 511 keV bzw. 1022 keV unter der Energie des Photopeak. Im letzteren Fall spricht man von einem Double-Escapepeak.

Summenpeak
Werden zwei γ–Quanten gleichzeitig detektiert, so entsteht ein Summenpeak. Er liegt bei der doppelten Energie des Photopeaks.

Compton–Untergrund und –Kante
Wie wir bereits gesehen haben, gibt es für die Energien der γ–Quanten, die Bestandteil eines Compton–Effekts waren, eine untere und eine obere Energiegrenze, die jeweils von dem Streuwinkel abhängen. Nach dem Auslösen von Compton–Effekten kann es sein, dass das jeweilige γ–Quant dem Detektor entkommt und somit nur einen Teil seiner Energie an das Detektionsmaterial abgegeben hat, was in Messungen als Compton–Untergrund bemerkbar wird. Die Kante ergibt sich als Folge der γ–Quanten, die nur einen Compton–Effekt ausgelöst haben und nur die kleinstmögliche (vom Streuwinkel abhängige) Energie dabei verloren haben.

F-Praktikum an der JLU
Dennis Getzkow
Julian Bergmann

2 Szintillationsdetektor

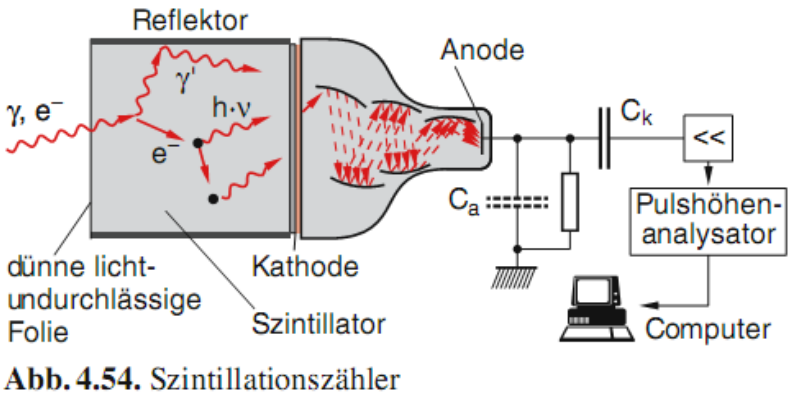


Abb. 4.54. Szintillationszähler

Abbildung 3
Anschauliche Darstellung des Detektors (entnommen aus „Experimentalphysik 4“ zweite Auflage von Wolfgang Demtröder)

Der (anorganische) Szintillationskristall besteht aus einem mit Thallium dotiertem NaJ-Einkristall. Das Thallium fungiert dabei als Aktivator. Doch wofür braucht man diesen eigentlich? Wir überlegen zunächst, was geschehen würde, wenn man statt des dotierten, einen undotierten Kristall verwenden würde. Treffen γ–Quanten auf die Atome im Kristall werden sie angeregt — so weit, so gut. Allerdings ist die Anregungsenergie gleich der Abregungsenergie, sodass emittierte Photonen gleich wieder absorbiert werden uns so den Kristall nicht verlassen. Dotiert man den Kristall, so können die Elektronen energetische Zustände annehmen, die zuvor verboten waren und als metastabil bezeichnet werden, die Elektronen hier nach kurze Zeit sich von selbst abregen. Anders gesagt wandern die durch Anregung vom Valenz– ins Leitungsband gehobene Elektronen durch den Kristall bis sie auf einen Aktivator treffen und diesen strahlungslos[1] anregen, worauf dieser unter Emission von Photonen abreagiert. Dabei entspricht die Energie nicht mehr genau der Anregungsenergie des NaJ, daher können die Photonen relativ ungestört bis zu dem Photonmultiplier vordringen, da direkte Anregung zu einem metastabilen Zustand durch den geringen Anteil der Aktivatoratome relativ unwahrscheinlich ist.

Im Photomultiplier werden durch die ankommenden Photonen, Elektronen aus den sogenannten Dynoden herausgeschlagen (siehe Abbildung 3). Diese Elektronen schlagen ihrerseits wieder Elektronen aus der nächsten Dynode usw. Letztenendes hat man ein messbares Signal, welches mittels eines Analog–Digital–Wandlers für den Computer auswertbar gemacht wird.

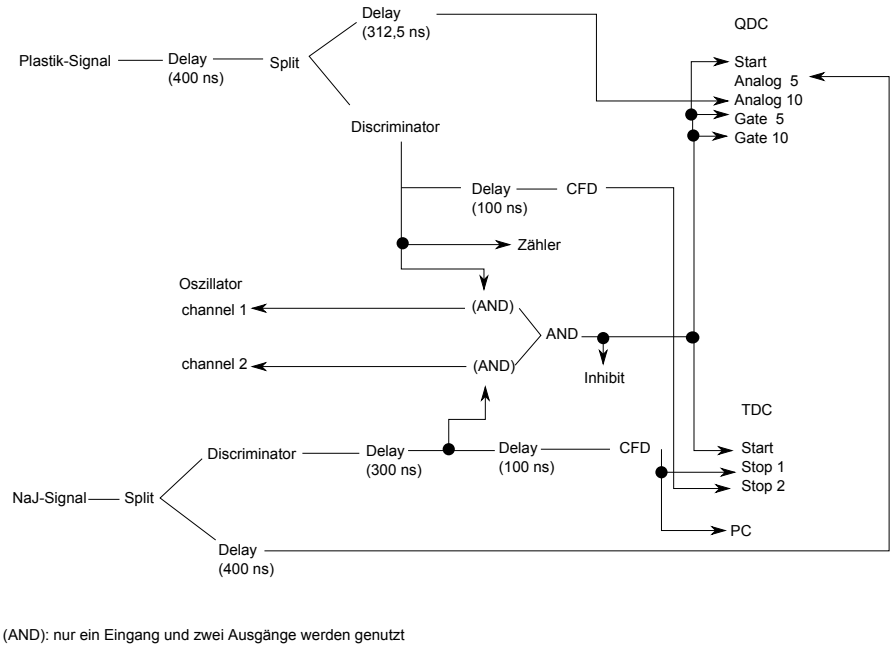
Dem Wandler folgt dann der Vielkanalspeicher. Jedem Kanal wird ein Energiebereich zugeordnet und somit kann jedem detektierten Signal ein eindeutiger Kanal zugewiesen werden. Mittels PC kann man sich den Inhalt des Speichers graphisch als Impulshöhen-

[1] Die Energiedifferenz zwischen dem Niveau des Leitungsbandes und dem des Aktivators, welches in der verbotenen Zone des NaJ-Kristalls liegt, äußert sich in der Erzeugung von Phononen (Gitterschwingungen).

spektrum darstellen lassen. Berechnet man aus den Kanalzahlen die Energiewerte, kann man auch das Energiespektrum darstellen.

3 Koinzidenzschaltung

Das Streumedium unseres Versuches ist ein Plastikszintillator. Mit diesem können wir — zusätzlich zu der Energie der gestreuten γ–Quanten — auch die Energie der streuenden Elektronen messen. Sinnvollerweise interessieren uns nur die Ereignisse (beider Szintillatoren), die in Zusammenhang stehen. Da die Photonen etwas später detektiert werden als die Elektronenenergie, muss dies in der Schaltung berücksichtigt werden. Im Versuch verwendeten wir daher eine Koinzidenzschaltung. Das Schaltbild wurde im Laufe des Versuchs erstellt:



(AND): nur ein Eingang und zwei Ausgänge werden genutzt

Abbildung 4
Koinzidenz-Schaltbild zur Versuchsmessung

F-Praktikum an der JLU
Dennis Getzkow
Julian Bergmann

4 Durchführung

4.1 Energieeichung

Da in diesem Versuch ein Mehrkanal–Analysator benutzt wird, also die jeweils gemessenen Energien innerhalb eines Kanals einen Zähler triggern, muss zunächst bestimmt werden, wie stark diese Energie in diesem Kanal variieren kann, oder anders herum, eine Zuordnung welcher Kanal für wie viel Energie steht.

Dies geschieht hier, indem wir eine sogenannte Eich–Messung durchführen. Dabei setzen wir Materialien mit bekannten Photopeaks ein und Ordnen den entsprechenden Kanälen später die bekannte Energie zu. Dies wird in unserem Fall mit dem Pedestal, ^{22}Na und ^{137}Cs gemacht, wobei wir das AND2–Glied auf OR stellen, um nur den NaJ–Detektor zu messen.

Dabei benutzen wir folgende Tabelle deren Daten wir durch die Messeichung erhalten:

Material	Kanal	Energie (keV)
Pedestal	103	0
Na	324	511
Cs	389	662

Fitten wir diese Daten mit einer Geraden wie folgt, erhalten wir eine Geradenfunktion

$$E\left(K\right) = \left(2,32\left(\pm 0,00200353\right)K - 240.08\left(\pm 0,597605\right)\right)\ \text{keV} \tag{4.1.1}$$

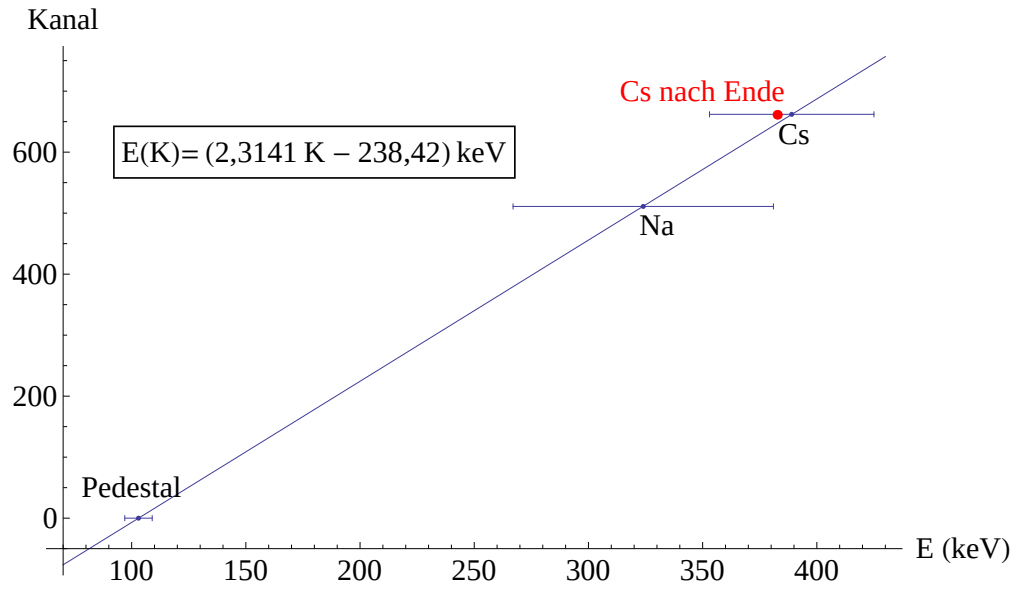


Abbildung 5
Eichmessung zur Energieeichung

Die verwendeten Datenplots sind auch dem Anhang angefügt (siehe hierzu Bild 9, 10 und 11). Die hier ebenfalls eingezeichnete Messung 12 fand nach dem Versuch statt und

soll als Indikator dienen, inwieweit sich die Energiezuordnung während der Messung verändert hat.
Wie im Graphen oben rot eingezeichnet, unterscheidet sie sich kaum von der ersten Messung.

4.2 Cäsium-Messung, 180°

Nun, da die Kanäle Energien zugeordnet wurden, können wir mit der ersten Messung beginnen. Dabei wird die ^{137}Cäsium–Probe in einem Winkel von 180°, also genau zwischen NaJ– und Plastik–Detektor gesetzt. Nun kann die Compton–Wellenlänge ermittelt werden.

Dabei gilt, dass der Wellenlängenunterschied zwischen dem emittierten und dem gestreuten Photon dem Doppelten der Compton–Wellenlänge entspricht, also

$$\lambda_c = \frac{1}{2}\left(\frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E}\right) \tag{4.2.1}$$

Wie in Bild 13 zu sehen ist, liegt der Peak dort auf Kanal 188,6, was mit Eichung 4.1.1 etwa 198 keV entspricht.

Setzen wir dies mit der Emittier–Energie der Photonen von 622 keV nun ein, erhalten wir

$$\lambda_c = \frac{1}{2}\left(\frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{hc}{198 \cdot 10^6 \text{ eV}} - \frac{hc}{622 \cdot 10^6 \text{ eV}}\right) = 2,19 \text{ pm} \tag{4.2.2}$$

Zur Berechnung des Fehlers, rechnen wir den Gaußfit–Fehler des gestreuten Photons mit obiger Formel in eine Wellenlänge um. Dabei wird für $\Delta E'$ die Differenz des umgerechneten ermittelten Wertes und des um die Kanalabweichung SIGMA verminderten umgerechneten Wertes gebildet. Diese Differenz beträgt 46,28keV.

$$\Delta\lambda_c = \frac{\partial\lambda_c}{\partial E'}\Delta E' = \frac{1}{2}\frac{hc}{E'^2}\Delta E' = \frac{1}{2}\frac{hc}{(198 \cdot 10^6 \text{ eV})^2}\Delta 46,28 \cdot 10^6 \text{ eV} = 0,732 \text{ pm} \tag{4.2.3}$$

Somit liegt der angegebene Literaturwert für die Compton–Wellenlänge von $2,426 \cdot 10^{-12}$ m im Fehlerbereich des hier ermittelten Wertes von $(2,19 \pm 0,732) \cdot 10^{-12}$ m.

4.3 Winkelabhängigkeit der Comptonstreuung

Um nun die Winkelabhängigkeit der Comptonstreuung untersuchen zu können, verändern wir den Winkel, um welchen die Cäsium–Quelle verdreht angebracht wurde, schrittweise in 20°–Schritten von 180° zu 40°. Die zugehörigen Messungen befinden sich im Anhang, bezeichnet mit Abbildung 13 bis 20.

Der erste Schritt ist nun, die jeweiligen Peaks der gestreuten Photonen auszulesen und in Energien umzurechnen, welche dann in Abhängigkeit des Winkels grafisch dargestellt werden können.

Analyse der angehangenen Daten und Umrechnung erzeugt dabei folgende Tabelle:

Winkel(°)	Peak-Kanal	Kanal -Abweichung	Energie(keV)	Energie -Abweichung (keV)
180	188,6	198,01	19,99	46,258
160	190	201,25	20,83	48,202
140	192,5	207,03	22,28	51,557
120	203,4	232,26	23,26	53,825
100	220,7	272,29	22,34	51,696
80	241,3	319,96	24,21	56,023
60	267,6	380,82	32,32	74,79
40	287	425,71	37,06	85,759

Dies lässt sich natürlich auch grafisch darstellen und entspricht innerhalb der Fehlerbalken der im Theorie–Teil hergeleiteten Compton–Formel (E entspricht in der Grafik der Energie des emittierten Photons, also hier 662 keV):

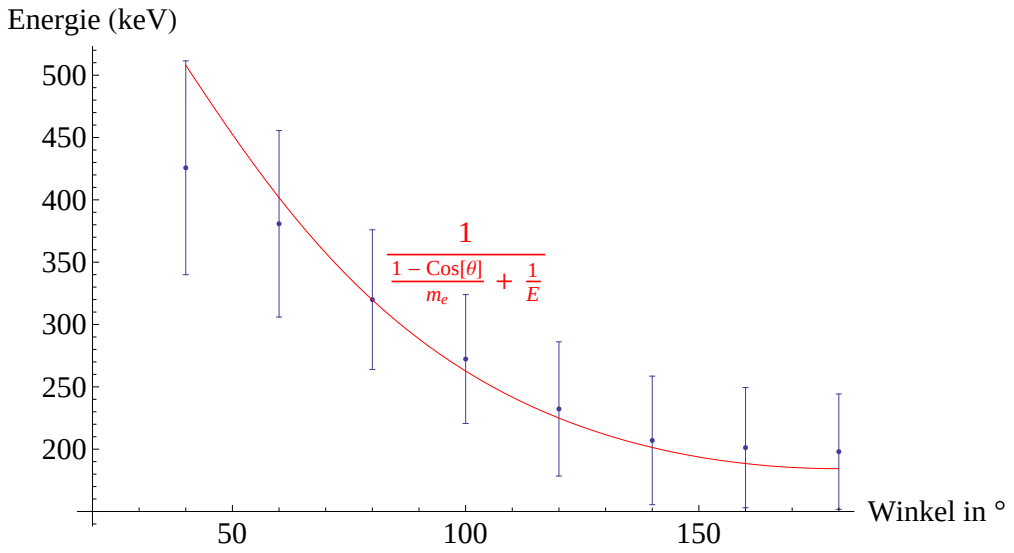


Abbildung 6
Winkelabhängigkeit der Peaks für Caesium mit rot eingezeichnetem, erwarteten Verlauf

Tragen wir nun $\Delta\frac{1}{E} = \frac{1}{E'} - \frac{1}{E}$ als Funktion von $(1 - \cos(\theta))$ auf, erhalten wir folgende Tabelle und Grafik:

$1-\cos(\theta)$	$\Delta\frac{1}{E}$
2,	0,0034426
1,9397	0,0033613
1,766	0,0032224
1,5	0,0026979
1,1736	0,0020649
0,82635	0,0015177
0,5	0,0010182
0,23396	0,0007413

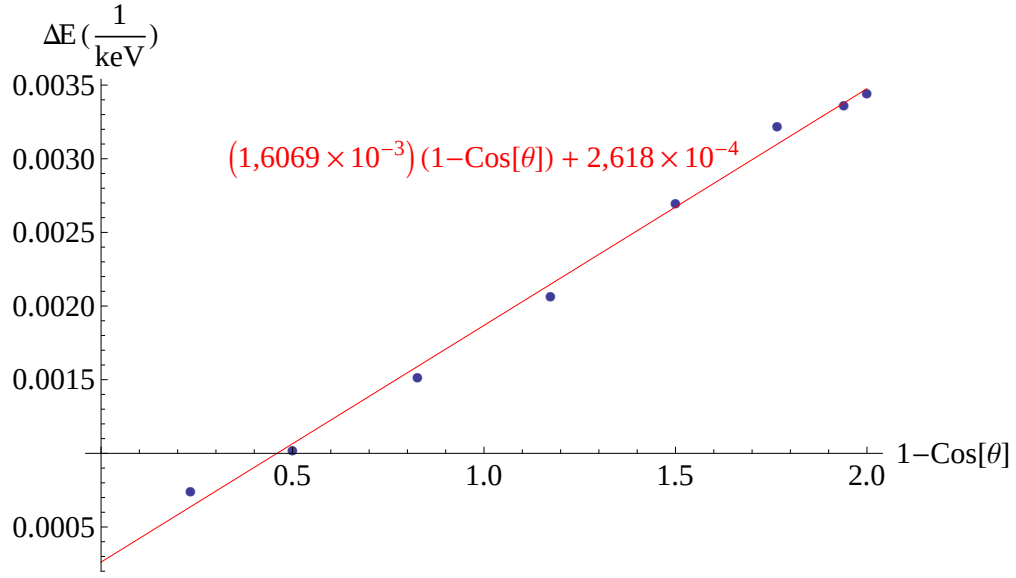


Abbildung 7
Plot der Funktionswerte $\Delta\frac{1}{E}$ als Funktion von $1-\cos(\theta)$ mit linearem Fit

Diese Daten wurden wie eingezeichnet linear gefittet und lieferten die Geradengleichung

$$\left(\left((1,6069 \pm 0,0472)\cdot 10^{-3}\right)(1-\cos(\theta)) + (2,618 \pm 0,657)\cdot 10^{-4}\right)\frac{1}{\text{keV}} \quad .$$

Liest man hier für 90°, also an $(1-\cos(\theta)) = 2$ ab und nimmt den Kehrwert, erhält man $(535,139 \pm 30,506)$ keV, was laut Theorie der Ruhemasse des Elektrons (510,998 keV) entsprechen soll und es hier offensichtlich auch tut.

Um nun auch die theoretischen Voraussagen von O. Klein und Y. Nishina bezüglich des differentiellen Wirkungsquerschnittes mit dem Experiment vergleichen zu können, tragen wir den Wirkungsquerschnitt unserer Messungen gegen den Winkel auf.
Dabei lässt sich der Wirkungsquerschnitt als Produkt aus Peak–Breite und –Höhe darstellen, muss aber für einen Vergleich mit der Klein–Nishina–Formel zunächst noch mit der Anzahl der gemessenen Ereignisse normiert werden. Daher wird der Wirkungsquerschnitt zunächst wie folgt berechnet:

$$\left.\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right|_i \sim SIGMA_i \cdot CONTENTS_i \cdot \frac{COUNTS_i}{MAX(COUNTS)} \tag{4.3.1}$$

CONTENTS, SIGMA und COUNTS bezeichnet dabei die in den Messdatenplots Bild13-20 gleich benannten Größen (Höhe des Peaks, halbe Breite des Peaks) bzw. im Falle von COUNTS die Anzahl der während der Messung gezählten primär–Elektronen. Index-i bezeichnet dabei die jeweilige Messung.

Dadurch ergibt sich folgender Wertetabelle und Graph:

Winkel in °	Höhe (Anzahl)	Breite (Kanal)	Anzahl Primär-e^-	$\sim \frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}$
180	53,42	19,99	497034	995,01
160	54,19	20,83	533427	1128,8
140	39,19	22,28	414079	677,8
120	37,18	23,26	451993	732,78
100	33,24	22,34	415704	578,7
80	26,91	24,21	329192	402,05
60	36,83	32,32	434219	968,96
40	24,77	37,06	404190	695,57

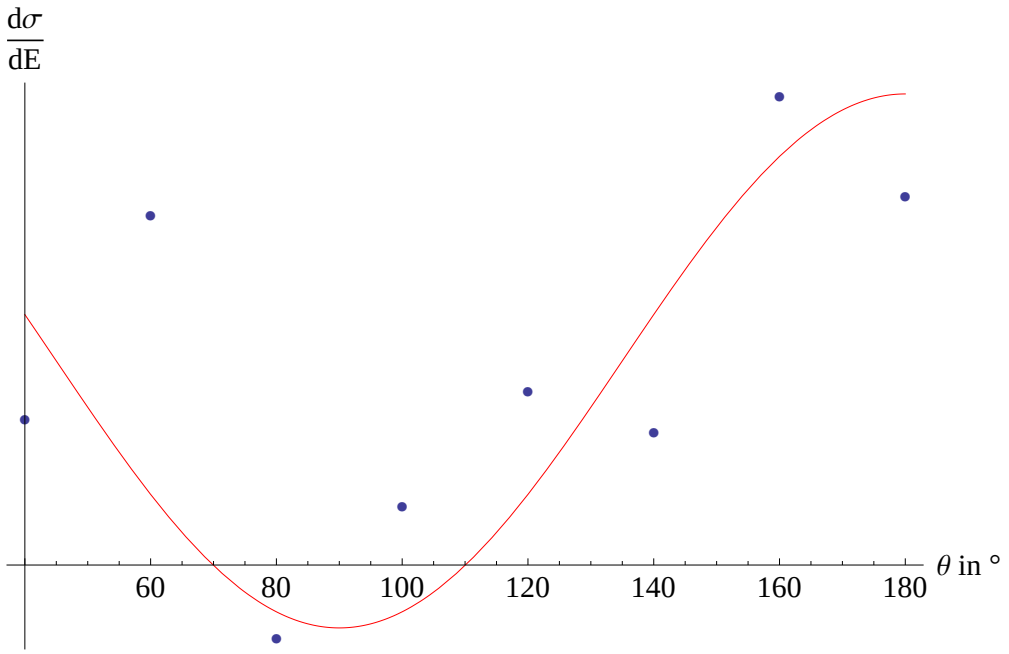


Abbildung 8
Wirkungsquerschnitte in unserem Versuch als Datenpunkte und Klein–Nishina–Formel als roter Plot

Auch, wenn die Messpunkte nicht klar mit dem Graphen übereinstimmen, lässt sich doch sagen, dass die Datenpunkte grob proportional zum aufgetragenen Wirkungsquerschnitt sind. Die Abweichungen kommen dabei wohl durch das Untergrundrauschen der Quelldaten und dem Fehler des Gauß–Fittes im Peak.

5 Anhang und Nachweise

5.1 Bilderquellen

Titelbild: Versuchsaufbau 2012, fotografiert von Protokollanten

Abbildung 1&3: "Experimentalphysik 4" 2. Auflage, Wolfgang Demtröder

Abbildung 2: Protokoll Gamma-Speektroskopie 2011, Julian Bergmann, Dennis Getzkow

Abbildung 4: Schaltung während Messung protokolliert und später mittels Inkscape digitalisiert.

Abbildung 5-8: Durch Protokollanten erstelle Daten– und Fit–Plots, Mathematica 8

Abbildung 9-20: Messdaten visualisiert durch ROOT-Versuchsprogramm

5.2 Quellenangabe

- „Elementare Teilchen",J. Bleck-Neuhaus, Springer Verlag, 2010
- „Experimentalphysik 4", Wolfgang Demtöder, Springer Verlag, 2. Auflage 2005
- Gamma-Spektroskopie-Protokoll, Julian Bergmann und Dennis Getzkow, 2011
- Versuchsanleitung „Compton-Streuung", http://pcweb.physik.uni-giessen.de/fprakt/fpra/compton/default.htm, Stand 07-2012

5.3 Bilderanhang

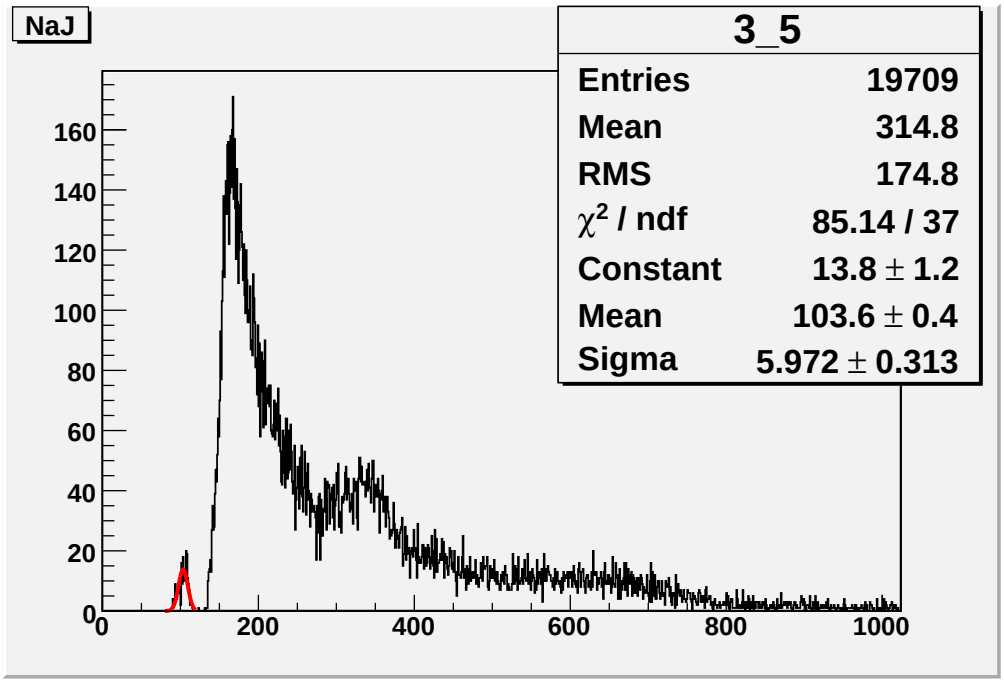


Abbildung 9
Kalibrierungsmessung Pedestal bei Beginn des Versuches

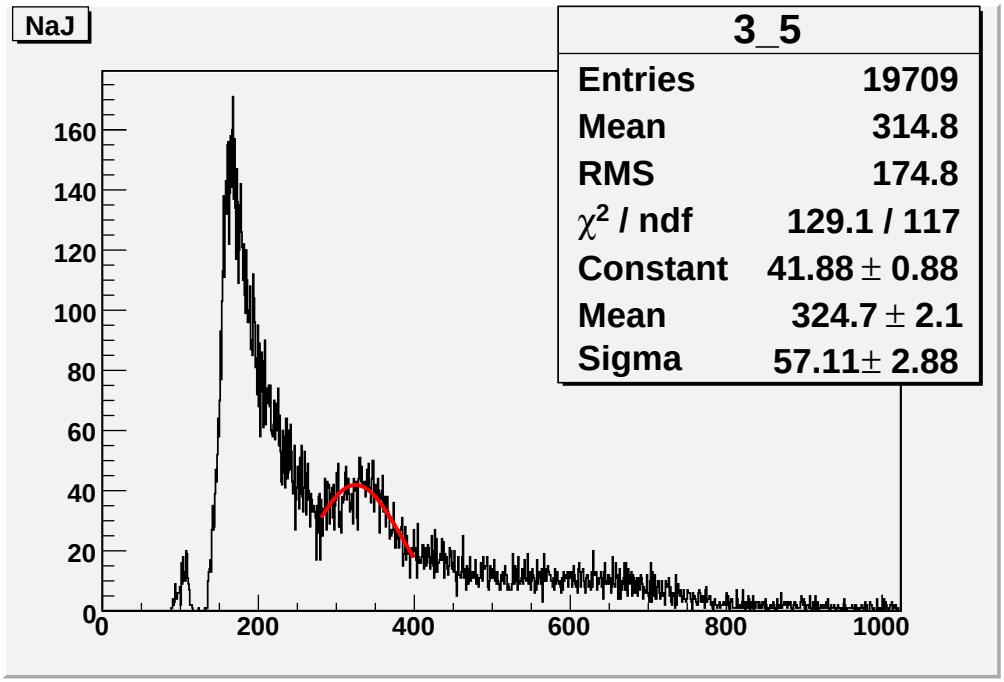


Abbildung 10
Kalibrierungsmessung ^{22}Na bei Beginn des Versuches

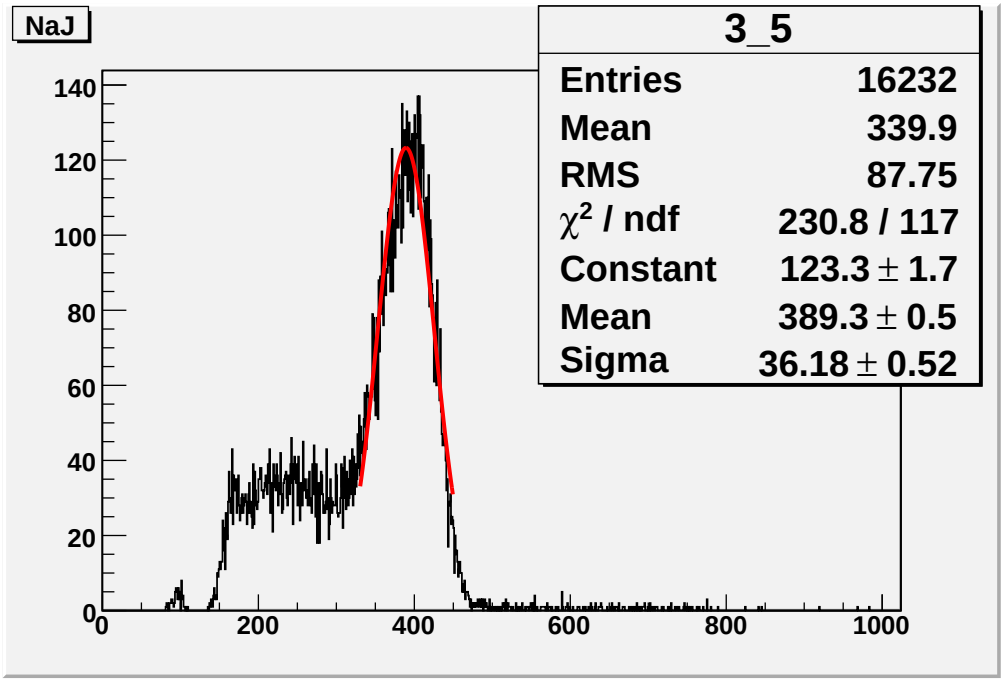


Abbildung 11
Kalibrierungsmessung ^{137}Cäsium bei Beginn des Versuches

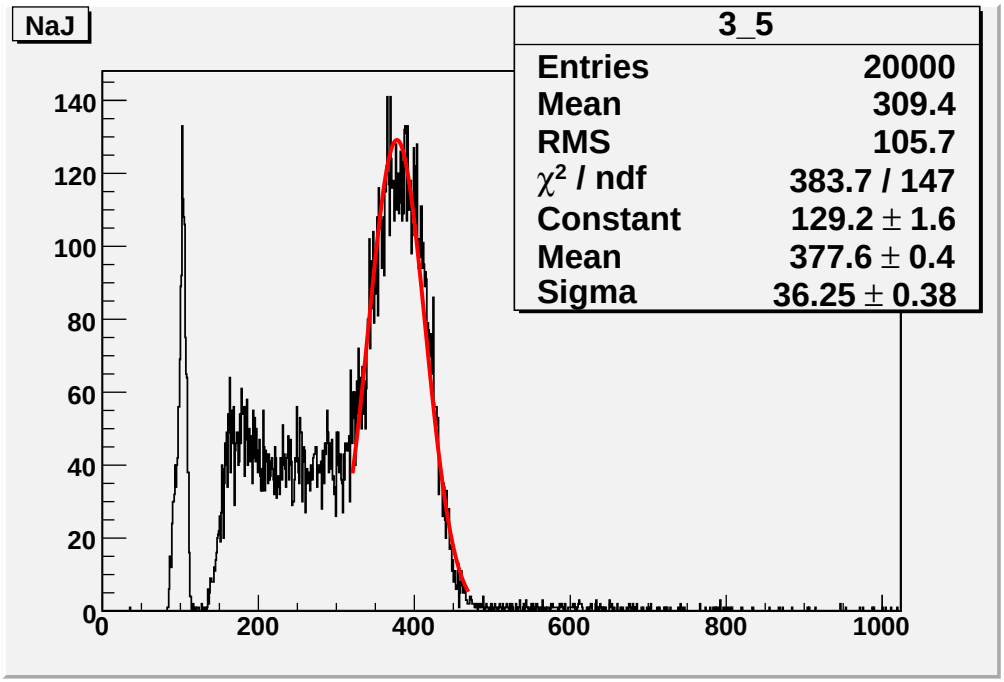


Abbildung 12
Kontroll-Kalibrierungsmessung ^{137}Cäsium nach Ende des Versuches

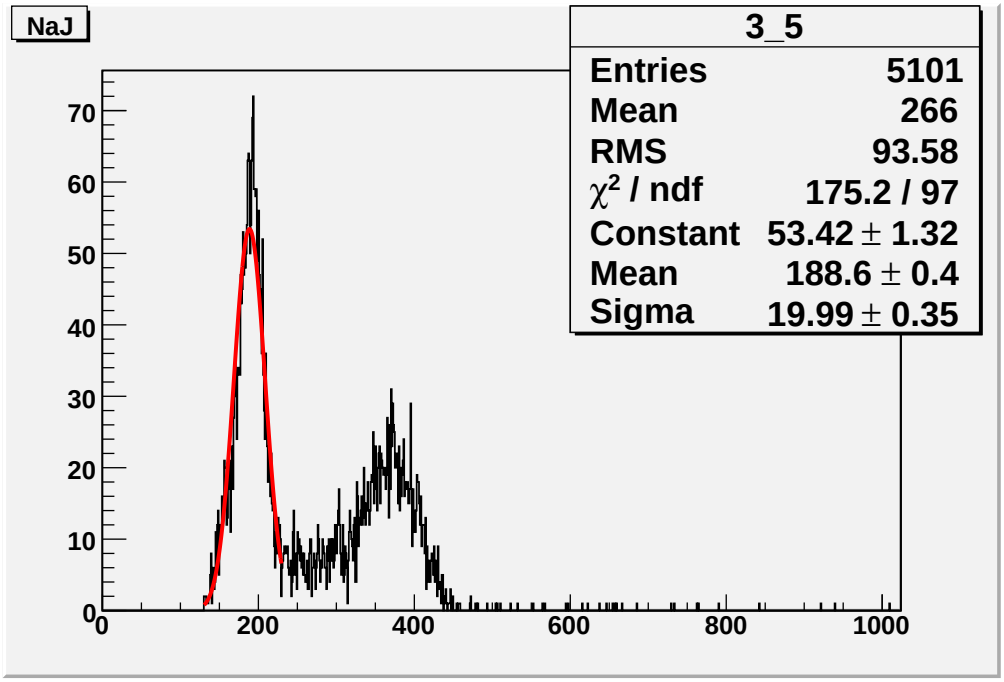


Abbildung 13
Messung von Cäsium unter 180°

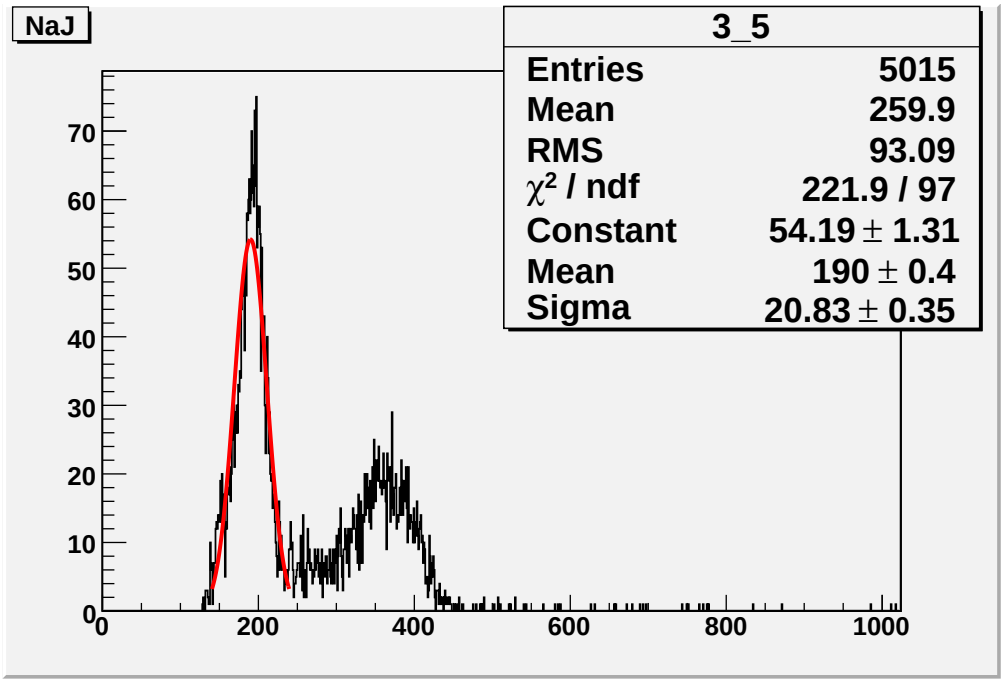


Abbildung 14
Messung von Cäsium unter 160°

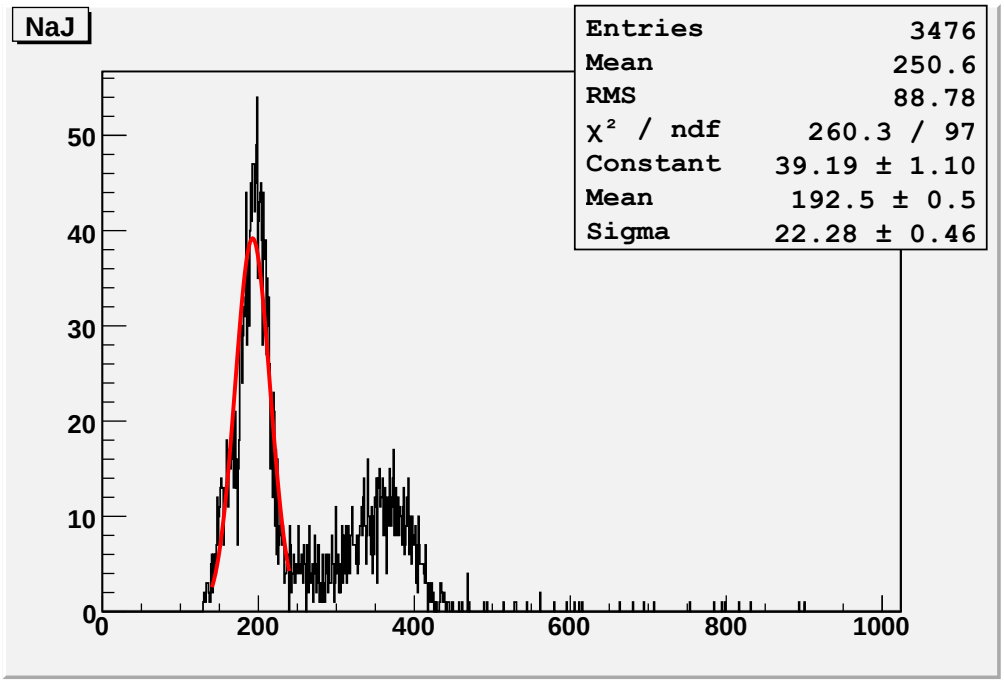


Abbildung 15
Messung von Cäsium unter 140°

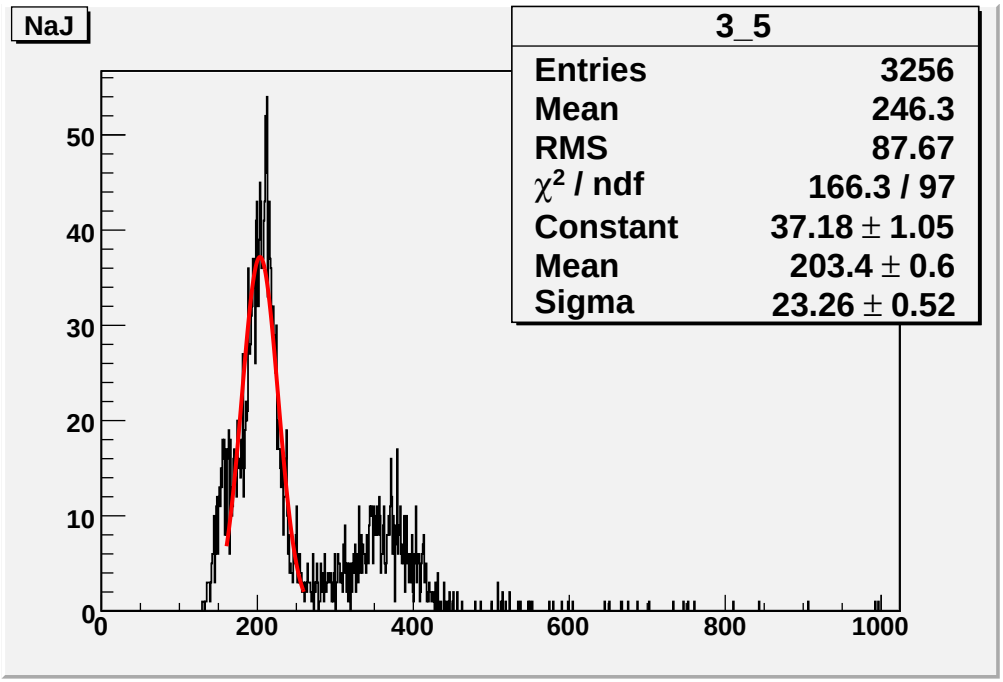


Abbildung 16
Messung von Cäsium unter 120°

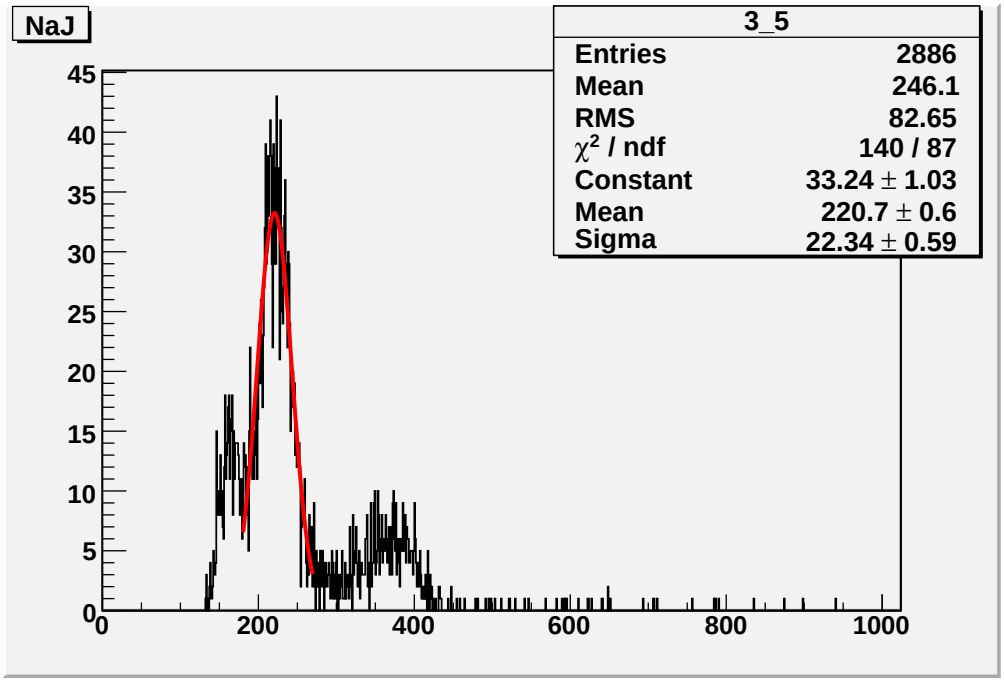


Abbildung 17
Messung von Cäsium unter 100°

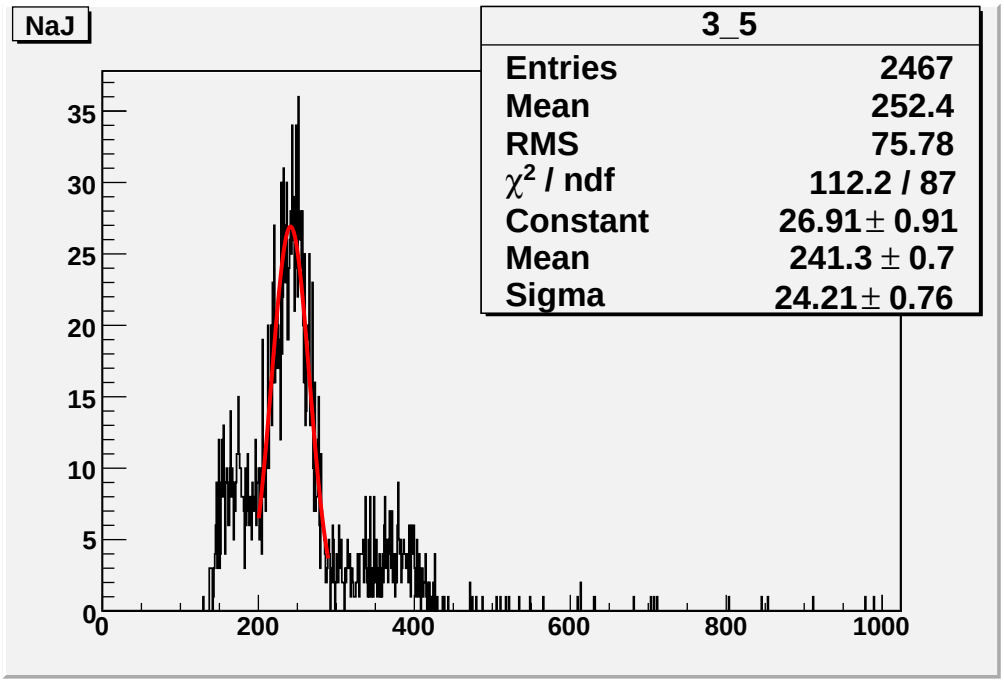


Abbildung 18
Messung von Cäsium unter 80°

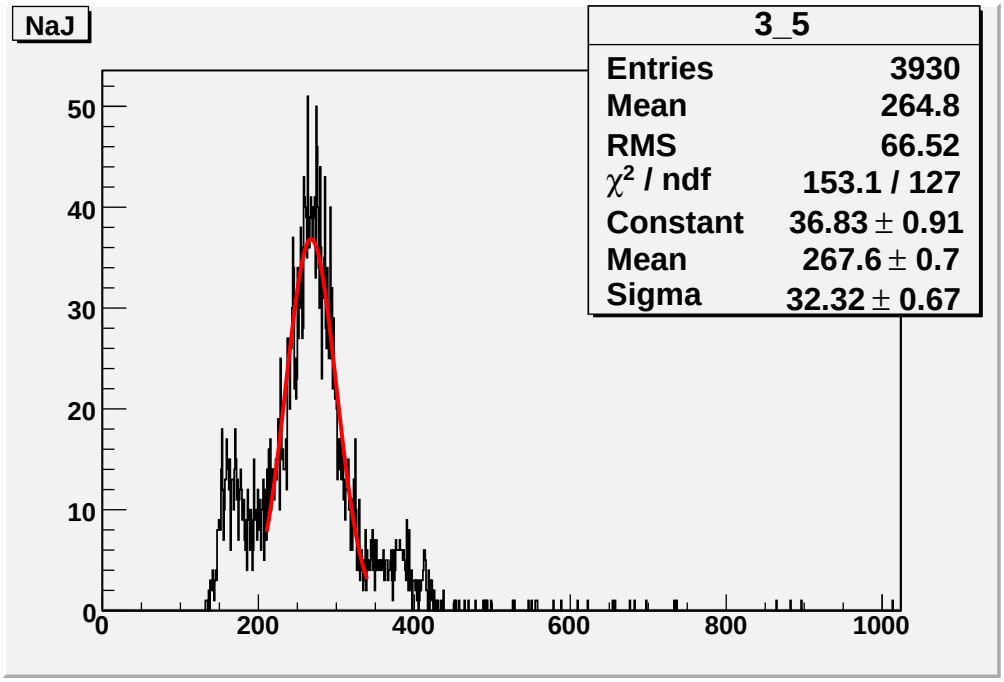


Abbildung 19
Messung von Cäsium unter 60°

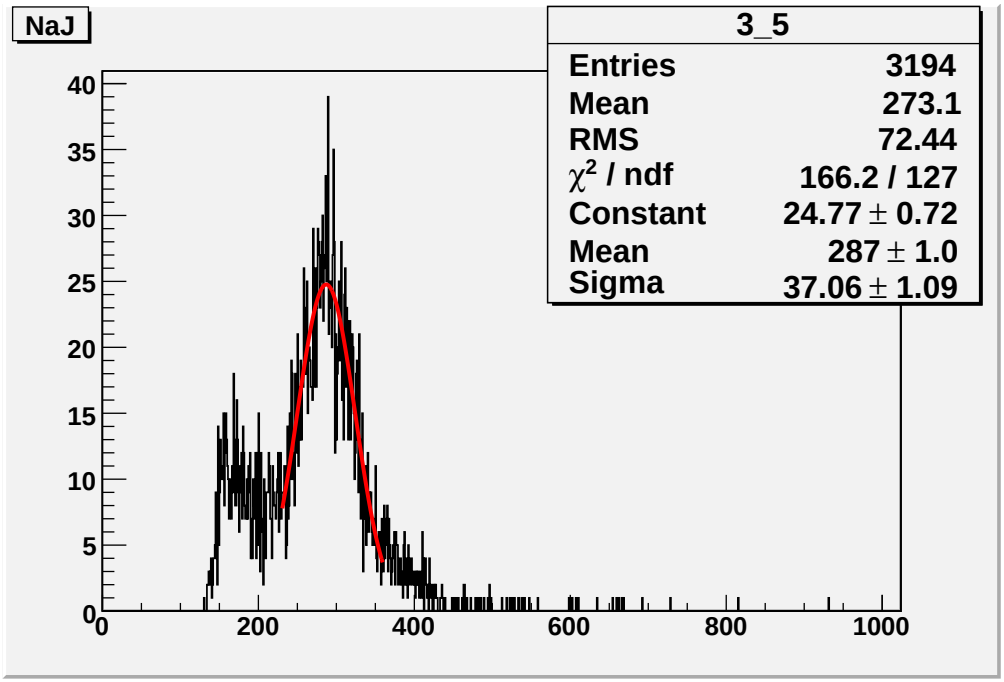


Abbildung 20
Messung von Cäsium unter 40°