Übungen zu Mathematische Methoden der Physik
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010
Blatt 10

Übungsblatt zu den Übungen am 11.01.2010

Aufgabe 29:

Wir betrachten die Taylorentwicklung einer Funktion $f(x)$ an einem Punkt a, die wir nach dem n-ten Term abbrechen, d. h. wir nähern $f(x)$ durch die Reihe $p_n(x)$ an, wobei

$$p_n(x) \equiv \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

Bestimmen Sie den Fehler $\left|\frac{p_3(x)-f(x)}{f(x)}\right|$ für $n=3$, $a=0$ und $x=1$, für

a) $f(x) = \sin x$

b) $f(x) = \cos x$

c) $f(x) = \ln(1+x)$

d) $f(x) = \exp(3x)$

Aufgabe 30 (schriftlich):

a) Lösen Sie $z^2 - 6z - 25 = 0$.

b) Lösen Sie jetzt $z^2-6z+25 = 0$ mit der imaginären Einheit $i = \sqrt{-1}$. Schreiben Sie die Lösung in der Form $z = x + iy$.

c) Wie groß ist α, wenn gilt:

$$e^{i\alpha} = -1 \qquad\qquad e^{-i\alpha} = -i$$

$$e^{i\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$$

d) Drücken Sie folgende komplexe Zahlen $z = x + iy$ in der Normaldarstellung (Exponentialform) aus:

$$z = i - 1 \qquad\qquad z = -(1 + i)$$

e) Berechnen Sie das Produkt $z_1 \cdot z_2$, den Quotienten z_1/z_2 und den Quotienten z_1^*/z_2 für

$$z_1 = \frac{1}{2}\exp(i\pi/4) \qquad\qquad z_2 = \frac{3}{2}\exp(-3i\pi/4)$$

Aufgabe 31:

a) Berechnen Sie die vier 4-ten Wurzeln aus der komplexen Zahl -16 und skizzieren Sie sie in der Gaußschen Zahlenebene.

b) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge aller komplexen Zahlen für die sowohl $|z - 1 - i| \leq \sqrt{2}$ als auch $|z - 1| < 1$ ist.

c) Geben Sie die Polarform von z an mit einem Argument φ, das $-\pi < \varphi \leq \pi$ erfüllt:

$$z = \frac{(1 - i)^6}{(\sqrt{3} + i)^5}$$

d) Bestimmen Sie

$$Z = (1 + i)^{1.44}$$

Wieviele verschiedene Lösungen gibt es?