

1 Vorbereitung auf die Übung am 19.12.2009

1.1 Aufgabe 1:

$$1) \frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$$

$$2) \frac{d}{dx} (x \sin(x)) = \sin(x) + x \cos(x)$$

$$3) \frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{(\cos^2(x) + \sin^2(x))}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

$$4) \frac{d}{dx} \ln(5x^2) = 10x \cdot \frac{1}{5x^2} = \frac{2}{x}$$

$$5) \frac{d}{dx} \ln(\sin(0,5x^2)) = x \cdot \cos(0,5x^2) \cdot \sin^{-1}(0,5x^2)$$

$$6) \frac{d}{dx} \frac{\sin^2(2x) + \cos^2(2x)}{4x} = \frac{d}{dx} \frac{1}{4x} = -\frac{1}{4x^2}$$

$$7) \frac{d}{dx} \frac{\ln(x)}{x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \cdot \ln(x) = \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$$

1.2 Aufgabe 3:

$$a) p(\vec{a} + \vec{b}) = p\vec{a} + p\vec{b}$$

$$\begin{aligned} p(a + b) &= pa_1\vec{e}_1 + pa_2\vec{e}_2 + pa_3\vec{e}_3 + pb_1\vec{e}_1 + pb_2\vec{e}_2 + pb_3\vec{e}_3 \\ &= p(a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3) + p(b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3) \\ &= p\vec{a} + p\vec{b}. \end{aligned}$$

$$b) (\vec{a} + \vec{b})\vec{c} = \vec{a}\vec{c} + \vec{b}\vec{c}$$

$$(\vec{a} + \vec{b})\vec{c} = (a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 + b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3)(c_1\vec{e}_1 + c_2\vec{e}_2 + c_3\vec{e}_3)$$

Da $\vec{e}_i\vec{e}_j = 1$ wenn $i = j$, sonst 0, gilt:

$$\begin{aligned} &= a_1c_1 + a_2c_2 + a_3c_3 + b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3 \\ &= ac + bc. \end{aligned}$$

$$c) \vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

$$\vec{a}\vec{b} = (a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3) \cdot (b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3)$$

Da $\vec{e}_i\vec{e}_j = 1$ wenn $i = j$, sonst 0, gilt:

$$\begin{aligned} &= a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \\ &= b_1a_1 + b_2a_2 + b_3a_3 \\ &= (b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3) \cdot (a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3) \\ &= \vec{b}\vec{a}. \end{aligned}$$

Aufgabe 2 \Rightarrow Hausaufgabe (siehe Abgabebblatt).