Übungen zu Mathematische Methoden der Physik
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010
Blatt 12

Übungsblatt zu den Übungen am 25.01.2010

Aufgabe 35:

Berechnen Sie mit Hilfe des Energieerhaltungsatzes und der Trennung der Variablen die Auslenkung $x(t)$ eines harmonischen Oszillators. Anfangsbedingungen: $x(0) = x_0, v(0) = v_0$.

Aufgabe 36:

Berechnen Sie die Schwingungsdauer $T(E)$ für ein Teilchen der Masse m, das sich mit der Energie E in dem Potential $U(x) = U_0 \tan^2 \alpha x$ bewegt. Verwenden Sie zur Berechnung des auftretenden Integrals folgende Substitutionen: Zunächst $u := \sin(\alpha x)$ und danach $v := \sqrt{1 + U_0/E} \cdot u$. Vereinfachen Sie die Lösung mit Hilfe der Relation $\sin(\arctan x) = x/\sqrt{x^2+1}$.

Aufgabe 37 (schriftlich):

Gegeben sei ein Potential $V(x) = -\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}$.

a) Skizzieren Sie das Potential und bestimmen Sie die Lage des Minimums $(x_{min}, V(x_{min}))$.

b) Welche Geschwindigkeit hat ein Teilchen der Masse $m = 1$, das aus dem Unendlichen mit der Anfangsgeschwindigkeit $v(0) = 0$ in dieses Potential läuft, am Punkt x_{min}?

c) Wie bewegt sich ein Teilchen der Masse $m = 1$ mit der Energie $E_1 = -3$? Bestimmen Sie die Umkehrpunkte der Bewegung und die Funktion $t(x)$ zwischen den Punkten. Skizzieren Sie diese Funktion. (siehe Hinweis)

d) Ein Teilchen mit der Masse $m = 1$ komme aus dem Unendlichen mit der Energie $E_2 = 5$. Bestimmen Sie den Umkehrpunkt der Bewegung.

Hinweis: Benutzen Sie das Integral:

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = \frac{\sqrt{ax^2+bx+c}}{a} + \frac{b}{2a}\frac{1}{\sqrt{-a}} \arcsin \frac{2ax+b}{\sqrt{b^2-4ac}}$$

für $a < 0, b^2 - 4ac > 0$ (siehe Bronstein).