Übungen zur Mathematische Methoden der Physik
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010
Blatt 2

Übungsblatt zu den Übungen am 26.10.2009

Aufgabe 4 (schriftlich):

Beweisen Sie mit Hilfe der Komponentendarstellung der Vektoren:

$$a) \quad \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$

$$b) \quad \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$$

Aufgabe 5:

a) Zeigen Sie, dass für die Komponenten

$$\varepsilon_{ijk} \equiv \vec{e}_i \cdot (\vec{e}_j \times \vec{e}_k)$$

des sogenannten total antisymmetrischen Tensors gilt:

$$\sum_j \varepsilon_{ikj}\varepsilon_{jlm} = \delta_{il}\delta_{km} - \delta_{im}\delta_{kl}$$

($\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ sind orthonormale Vektoren, s. Vorlesung)

b) Beweisen Sie den "Entwicklungssatz":

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

c) Zeigen Sie mit Hilfe von b) und den Regeln für das Spatprodukt

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

Aufgabe 6:

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = (8, -2, 3)$ und $\vec{b} = (1, 4, 3)$.
Berechnen Sie:

a) $\vec{a} + \vec{b}$

b) $|\vec{a}|$ und $|\vec{b}|$

c) den Abstand d der durch die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ definierten Punkte

d) den Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$

e) $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Zeigen Sie explizit mit Hilfe des Skalarproduktes, dass $(\vec{a} \cdot \vec{c}) = (\vec{b} \cdot \vec{c}) = 0$ ist.