Übungen zu Mathematische Methoden der Physik
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010
Blatt 7

Übungsblatt zu den Übungen am 30.11.2009

Aufgabe 19:

In einem Zylinder der Höhe h und Radius R befinde sich ein Körper mit der Dichte

$$\rho(\vec{r}) = (x^2 + y^2)z\,,\ 0 \leq (x^2 + y^2)^{1/2} \leq R\,,\ 0 \leq z \leq h.$$

Bestimmen Sie die Masse des Körpers. Wie ändert sich die Masse, wenn $\rho(\vec{r})$ nur für $R \geq (x^2 + y^2)^{1/2} \geq R/2$ von Null verschieden ist (Hohlzylinder)?

Aufgabe 20 (schriftlich):

a) Stellen Sie das Vektorfeld

$$\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}^{\,5}} \left(x_1\,\vec{e}_1 + x_2\,\vec{e}_2 + x_3\,\vec{e}_3\right)$$

in Kugel- und Zylinderkoordinaten dar.

b) Bestimmen Sie sowohl in kartesischen als auch in Kugelkoordinaten

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{a} \quad \text{und} \quad \vec{\nabla} \times \vec{a}$$

c) Bestimmen Sie für eine stetig differenzierbare Funktion f sowohl in kartesischen als auch in Kugelkoordinaten

$$\vec{\nabla} f \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$$

Aufgabe 21:

Beweisen Sie, dass in krummlinigen Koordinaten gilt:

$$\vec{\nabla} \times \vec{a} = \frac{1}{b_{y_1} b_{y_2} b_{y_3}} \begin{vmatrix} b_{y_1} e_1 & b_{y_2} e_2 & b_{y_3} e_3 \\ \frac{\partial}{\partial_{y_1}} & \frac{\partial}{\partial_{y_2}} & \frac{\partial}{\partial_{y_3}} \\ b_{y_1} a_1 & b_{y_2} a_2 & b_{y_3} a_3 \end{vmatrix}.$$