Übungen zu Mathematische Methoden der Physik
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010
Blatt 13

Übungsblatt zu den Übungen am 01.02.2010

Aufgabe 38:

Untersuchen Sie, ob die Kraftfelder

$$\vec{F_1} = \alpha(y^2 z^3 - 4x^2 z^3)\vec{e_x} + 2\alpha xy\, z^3 \vec{e_y} + \alpha(3xy^2 z^2 - 4x^3 z^2)\vec{e}_z$$

und

$$\vec{F_2} = \beta x^2 yz\vec{e_x} - \beta xyz^2 \vec{e_z}$$

konservativ sind. Für das konservative Feld bestimmen Sie durch geeignete Integration, wie in der Vorlesung vorgeführt, das Potential $V(\vec{r})$.

Aufgabe 39:

Diskutieren Sie die Bewegung eines Massenpunktes im Zentralpotential

$$V(r) = D\left(1 - e^{-(r-r_0)}\right)^2 \quad , \quad D > 0$$

a) Bitte geben das zugehörige effektive Potential $V_{eff}(r)$ an und skizzieren Sie es für $D = 1,5$, $r_0 = 1$ und $\frac{L^2}{2m} = 1$.

b) Welche Energiewerte sind möglich und wie sehen die dazugehörigen Bahnkurven aus?

Aufgabe 40:

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in einem Potential

$$V(\vec{r}) = \frac{\alpha}{r^2} \quad , \quad \alpha > 0$$

1) Wie ist der minimale Abstand r_{min} als Funktion von L und E gegeben?
2) Bestimmen Sie für die Randbedingungen $r(t = 0) = r_{min}$ und $\varphi(t = 0) = 0$ die Größen $r(t)$ und $r(\varphi)$ ($E > 0$, warum?). Welche Bahn ergibt sich für $\alpha = 0$?

(**Hinweis: Integrale können im Bronstein nachgeschlagen werden.**)

Aufgabe 41 (schriftlich):

Sei jetzt $V(\vec{r}) = -\frac{\alpha}{r^2} \quad , \quad \alpha > 0$

a) Untersuchen Sie zunächst die Bewegungsformen anhand des effektiven Potentials.

b) Bestimmen Sie $t(r)$.

c) Zeigen Sie, dass im Fall $\frac{L^2}{2m} < \alpha$ das Teilchen auf einer Spiralbahn ins Zentrum fällt. Bestimmen Sie als Funktion des Anfangsabstandes r_0 die Zeit, die es dazu braucht.

d) Wie sieht die Bewegung für $\frac{L^2}{2m} > \alpha$ aus?