Übungen zur Mathematische Methoden der Physik
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010
Blatt 7

Übungsblatt zu den Übungen am 30.11.2009

Aufgabe 19:

Gegeben sei eine Bahnkurve in kartesischen Koordinaten:

$$\vec{r}(t) = (R\cos\omega t,\, R\sin\omega t,\, v_z t)$$

wobei R, ω und v_z konstant sind (Schraubenlinie). Bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}(t)$, sowie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ der Bewegung in Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 20 (schriftlich):

a) Stellen Sie das Vektorfeld

$$\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}^5}\,(x_1\,\vec{e}_1 + x_2\,\vec{e}_2 + x_3\,\vec{e}_3)$$

in Kugel- und Zylinderkoordinaten dar.

b) Bestimmen Sie sowohl in kartesischen als auch in Kugelkoordinaten

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{a} \quad \text{und} \quad \vec{\nabla}\times\vec{a}$$

c) Bestimmen Sie für eine stetig differenzierbare Funktion f sowohl in kartesischen als auch in Kugelkoordinaten

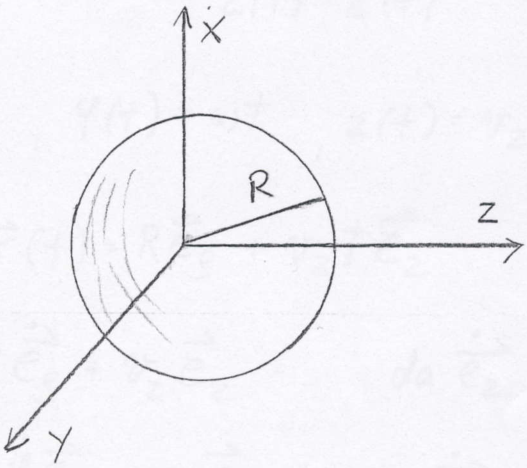
$$\vec{\nabla} f\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$$

Aufgabe 21:

a) Berechnen Sie die Masse einer Kugel mit Radius R und der Dichte $\varrho(x,\, y,\, z) = \varrho_0(x^2 + z^2)$.

Tip zur Lösung des Integrals $\int_0^{2\pi} d\varphi \sin^2\varphi$: Man integriere partiell und beachte, dass

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi (1 - \sin^2\varphi) = x\Big|_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi} d\varphi \sin^2\varphi.$$



b) Berechnen Sie das Integral $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx$, indem Sie von $\left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx\right]^2 = \left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha(x^2+y^2)} dx\, dy\right]$ ausgehen und Polarkoordinaten benutzen.