Übungen zu Mathematische Methoden der Physik
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010
Blatt 11

Übungsblatt zu den Übungen am 18.01.2010

Aufgabe 32:

Betrachten Sie einen harmonischen Oszillator, der unter dem Einfluß der Schwerkraft ohne Reibung in vertikaler Richtung schwingt.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf, und berechnen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen inhomogenen Differentialgleichung.

b) Zur welcher Zeit t_1 erreicht der Oszillator seinen Maximalausschlag x_{max}? Wie groß ist x_{max}? Welchen Wert hat die Beschleunigung zur Zeit t_1.

c) Zur welcher Zeit t_2 erreicht der Oszillator seine Maximalgeschwindigkeit $\dot{x}_{max}$? Wie groß ist $\dot{x}_{max}$? Wie groß ist die Auslenkung zur Zeit t_2? Welche einfache Beziehung besteht zwischen x_{max} und $\dot{x}_{max}$?

d) Zur welcher Zeit t_3 erfährt der Oszillator die maximale Beschleunigung $\ddot{x}_{max}$? Wie groß ist diese? Welche Werte haben Auslenkung und Geschwindigkeit zur Zeit t_3?

Aufgabe 33:

Es soll der aperiodische Grenzfall $\beta = \omega_0$ des gedämpften harmonischen Oszillators

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

für die Anfangsbedingung $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = v_0$ behandelt werden.

a) Machen Sie den Ansatz $x(t) = \varphi(t)e^{-\beta t}$ und zeigen Sie damit, dass $x(t) = e^{-\beta t}(a + bt)$ die Differentialgleichung löst. Bestimmen Sie dann a und b aus den Anfangsbedingungen.

b) Fällt $x(t)$ im aperiodischen Grenzfall schneller ab als im überdämpften Fall? Begründen Sie die Antwort.

Aufgabe 34 (schriftlich):

Bestimmen Sie die Schwingungsamplitude eines harmonischen Oszillators nach Einwirkung einer äußeren Kraft, die sich mit dem Gesetz

$$F = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 0 \\ F_0\, t/T & \text{für } 0 < t < T \\ F_0 & \text{für } t \geq T \end{cases}$$

ändert. Bis zum Zeitpunkt $t = 0$ ruht das System in der Gleichgewichtslage.

Hinweis: Man löse die Bewegungsgleichungen zunächst separat für den Fall $0 \leq t \leq T$ und danach für $t > T$. Die auftretenden Konstanten bestimme man aus der naheliegenden Bedingung, daß die allgemeine Lösung $x(t)$ sowie ihre zeitliche Ableitung $\dot{x}(t)$ bei $t = T$ stetig sein müssen.