

Übungen zur Mathematische Methoden der Physik  
Armin Bunde, Wintersemester 2009/2010  
Blatt 4

Übungsblatt zu den Übungen am 09.11.2009

**Aufgabe 10:**

Geben Sie die Komponentendarstellung der folgenden Vektorfelder an und skizzieren Sie diese jeweils in der Ebene  $(x_1, x_2, 0)$ .

a)

$$\vec{A}(\vec{r}) = -2\gamma |\vec{r}| \vec{r}, \quad \gamma \text{ reell}$$

b)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{r}(\vec{\omega} \times \vec{r}), \quad \vec{\omega} = \omega_0 \vec{e}_3, \quad \omega_0 \text{ reell}$$

c) Bestimmen Sie jeweils die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial \vec{A}(\vec{r})}{\partial x_1}$  und  $\frac{\partial \vec{A}(\vec{r})}{\partial x_3}$  an der Stelle  $\vec{r} = (1, 0, 1)$ .

**Aufgabe 11:**

Gegeben sei das skalare Feld

$$f(\vec{r}) = \frac{1}{4r^2 + 5}$$

a) Skizzieren Sie in der Ebene  $(x_1, x_2, 0)$  die Höhenlinien für  $f(\vec{r}) = 0.2, 0.15$  und  $0.05$ ; berechnen Sie  $\vec{a}(\vec{r}) = \vec{\nabla}(f(\vec{r}))$  und zeichnen Sie  $\vec{a}(\vec{r})$  in dasselbe Bild.

b) Berechnen Sie  $\vec{\nabla} \cdot \vec{a}(\vec{r})$  und  $\vec{\nabla} \times (\vec{a}(\vec{r}))$ .

c) Berechnen Sie:

$$\vec{\nabla} \left( \frac{2x_2}{r} \right) \quad , \quad \vec{\nabla} \cdot [(x_1 + x_2) \vec{r}] \quad , \quad \vec{\nabla} \times (x_3 \vec{r}).$$

### Aufgabe 12:

Zeigen Sie für beliebige (zweimal stetig differenzierbare) Skalarfelder  $\phi(\vec{r})$ , Vektorfelder  $\vec{a}(\vec{r})$  und Funktionen  $f(r)$

a)

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{a}) = (\vec{\nabla} \phi) \cdot \vec{a} + \phi \vec{\nabla} \cdot \vec{a}$$

b)

$$\vec{\nabla} \times (\phi \vec{a}) = (\vec{\nabla} \phi) \times \vec{a} + \phi \vec{\nabla} \times \vec{a}$$

c)

$$\vec{\nabla} \times (\vec{r} f) = 0$$

d)

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{a}$$