

Hadron and Nuclear Physics

Exercise sheet 6

Winter term 2013/14

Hand-in: Monday, Jan 27th 2014, 13:00, Room 108

Problem 6.1: Hypernuclei and mesonic atoms (9 points)

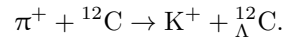
Give the elementary reactions for the following processes

- (a) $d + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow {}^3\text{He} + {}^{207}\text{Pb}$
- (b) $d + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^3\text{He} + {}^{11}\text{B}$
- (c) $\text{K}^- + {}^{12}\text{C} \rightarrow \pi^- + {}^{\Lambda}_{12}\text{C}$
- (d) $\pi^+ + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow \text{K}^+ + {}^{\Lambda}_{208}\text{Pb}$
- (e) $d + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^3\text{He} + {}^{\Lambda}_{11}\text{B}$

Neglect the change in binding energy and use the result of exercise 5.1 to approximate the energy of the incident particle for the kinematic situation where the hypernucleus is created without recoil momentum.

Problem 6.2: In medium Λ (9 points)

Figure 1 shows the mass spectrum which was measured at the KEK facility in the reaction



The momentum of the incident pion beam was set at $1.05 \text{ GeV}/c$. A high precision spectrometer (momentum resolution $\approx 0.1\%$) was used to measure the Kaon momentum, Kaons scattered directly in forward direction were measured to have momenta around $0.72 \text{ GeV}/c$.

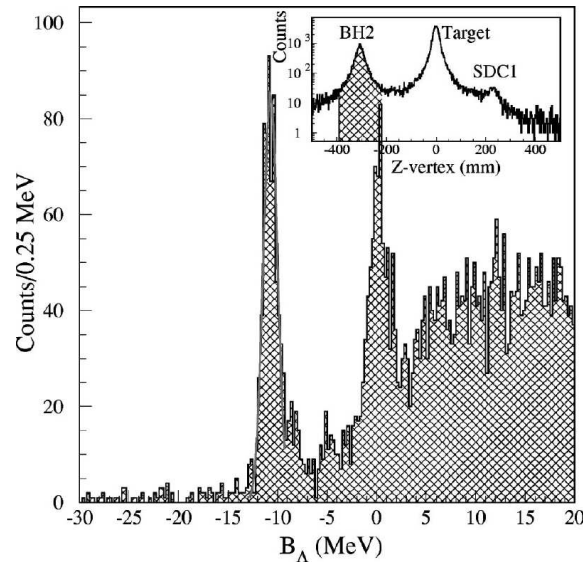


Figure 1: Measured binding energy of the Λ -hyperon in the reaction $\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow \text{K}^+ + {}^{\Lambda}_{12}\text{C}$.

- (a) Explain why two peaks in the mass spectrum are visible.
- (b) What is the main reason for the peak width?
- (c) Use missing mass technique to calculate the mass of the hypernucleus ${}^{\Lambda}_{12}\text{C}$.
- (d) The binding energy of the Λ can be expressed as

$$B_{\Lambda} = B_n - E_{\pi} + E_{\text{K}} + (m_{\Lambda} - m_n) c^2 + p_R c$$

where p_R is the recoil momentum and $B_n \approx 7.67 \text{ MeV}/c$ the neutron binding energy. Use this formula to calculate the difference Δm between the free and the in medium Λ mass m'_{Λ} .

6 Übung: Besprechung

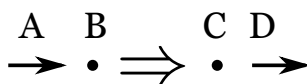
6.1 Aufgabe

Elementar \Rightarrow großer Teil des Kerns ist nur Beobachter

a) $d + n \rightarrow {}^3\text{He} + \pi^-$ n wegen Ladungserhaltung

b) $d + p \rightarrow {}^3\text{He} + \eta$

c) $K^- + n \rightarrow \pi^- + \Lambda$



d) $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Lambda$

e) $d + p + n \rightarrow N^* + {}^3\text{He}$

Dabei gilt:

$$\begin{pmatrix} E_A \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_B \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_C \\ \vec{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_D \\ \vec{p} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow E_A = \frac{m_A^2 - m_D^2 + (m_C - m_D)^2}{2(m_C - m_D)} \quad \text{siehe Blatt5, Aufgabe 1}$$

a) $T_d = 458.7 \text{ MeV}$

b) $T_d = 3532.1 \text{ MeV}$

c) $T_K = 231.0 \text{ MeV}$

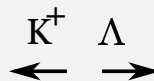
d) $E_\pi < 0 \Rightarrow$ Reaktion so verboten.

Mit welchem E_π wäre die Reaktion erlaubt?

CMS:

$$\sqrt{s_{min}} = m_k + m_\Lambda = 1.6 \text{ GeV}$$

$$\begin{pmatrix} m_k \\ \vec{0} \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} m_\Lambda \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$



LAB:

$$\left[\begin{pmatrix} E_\pi \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_n \\ \vec{0} \end{pmatrix} \right]^2 \stackrel{!}{=} s_{min} = m_\pi^2 + m_n^2 + 2E_\pi m_n$$

$$\Rightarrow E_\pi = \frac{s_{min} - m_\pi^2 - m_n^2}{2m_n} = 898.7 \text{ MeV}$$

Bleibt Λ im Kern?:

$$p_\pi = \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2}, \quad p_K = \frac{m_k^2}{m_K + m_\Lambda} = 272.17 \text{ MeV}$$

$$p_\Lambda = 615.09 \text{ MeV.}$$

Die Fermibewegung in einem Kern kann um die 300 MeV betragen; verliert das Λ zudem noch Energie durch Stöße etc., bleibt es im Kern.

e) $E_\pi < 0 \Rightarrow$ Reaktion so verboten.

Hier stand zur Auswahl $N(1440) P_{11}$, wobei $P_{11} \hat{=} L_{2,I} \ 2_J, N(1510) D_{13}$ und $N(1535) S_{11}$

Der Wahrscheinlichste Zustand war der S-Zustand, daher $N(1535)$.

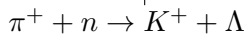
Das erforderliche E_π beträgt einige GeV, daher fliegt das Λ vermutlich aus dem Kern.

$$B_\Lambda = M_{\Lambda-1} + M_{\text{Lambda}} - M_{HK}$$

6.2 Aufgabe

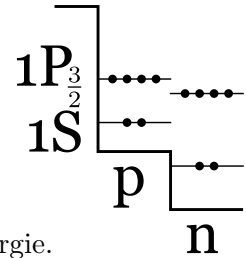
a) ${}^{12}_6\text{C}$: Teilchen pro Zustand in Kern:

Zustand	Multiplizität (Z(2L+1))
1S	2
1P	8



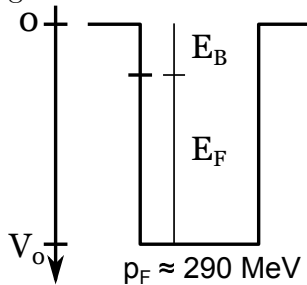
Neutron aus S-/P-Zustand hat größere/kleinere Bindungsenergie.

Peak etwa bei 0 \Rightarrow Λ ist schwächer gebunden.



b) Die Auflösung ist so gut, dass die Breite durch die Fermibewegung verursacht wird.

Nuklei, die sich zu einem bewegen wirken größer, von einem weg bewege kleiner.



c) siehe Abgabe. Man merke: Aus den Impulsen lässt sich die Hyperkernmasse berechnen.

$$d) E_\pi + \underbrace{m_n - B_n}_{\text{effektive n-Masse im Kern}} = E_K + \underbrace{m_\Lambda - B_\Lambda}_{\text{Teilchen sind im Kern leichter}} + p_R$$

$$\Rightarrow p_R = \frac{p_{HK}}{12}, \quad B = +9.7 \text{ MeV}$$

$\Rightarrow B_\Lambda$ ist genau die Massendifferenz zwischen gebundenem und freiem Λ