

Übungen zu “**Theorie der höheren Mechanik**”, Prof. Mosel, SS 2010

Blatt Nr. 3: Präsenzaufgaben am 3.5.10, Hausaufgaben zum 10.5.10

Präsenzaufgaben:

P5. Ein Teilchen besitze eine kinetische Energie, die genauso groß sei wie seine Ruheenergie. Wie groß ist seine Geschwindigkeit?

P6. Führen Sie über

$$b^\mu = \frac{d}{d\tau} u^\mu$$

mit u^μ als Vierergeschwindigkeit und τ als Eigenzeit die Viererbeschleunigung ein.

Zeigen Sie, dass die Beschleunigung im Minkowski-Raum stets orthogonal zur Geschwindigkeit ist.

Hausaufgaben:

- H5. (a) Der Gesamtenergieverbrauch in Deutschland betrug im Jahr 2009 etwa $14 \cdot 10^{18}$ J (Quelle: Statistisches Bundesamt). Ein Fusionsreaktor würde durch die Reaktion ' ${}^2\text{D} + {}^2\text{D} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{Energie}$ ' Energie erzeugen können. Wieviel Deuterium würde man benötigen, um obigen Energieverbrauch decken zu können?

BEMERKUNG:

${}^2\text{D}$: Deuterium mit $m_0(\text{D}) = 2.0147$ amu, ${}^4\text{He}$: Helium mit $m_0(\text{He}) = 4.0039$ amu
wobei 1 amu = 1 atomare Masseneinheit = $1/12$ (Ruhemasse ${}^{12}_6\text{C}$) = $1.685 \cdot 10^{-27}$ kg

- (b) Die im Mittel auf die Erdoberfläche eingestrahlte Sonnenenergiedichte beträgt $\epsilon = 1.4 \cdot 10^3 \text{ W m}^{-2}$. Wieviel Masse verliert die Sonne pro Sekunde, wenn man diesen Energieverlust in einen Massenverlust umrechnet? Wie lange würde die Sonne existieren, wenn diese Verlustrate konstant bliebe? Ist dieser Wert realistisch? Warum?

BEMERKUNG:

Die Sonnenmasse beträgt $M_S = 1.99 \cdot 10^{30}$ kg, der Abstand Erde-Sonne $1.5 \cdot 10^{11}$ m.

- H6. Es wird ein abgeschlossenes Zweiteilchensystem (Orte \vec{r}_1 , \vec{r}_2 und Massen m_1 , m_2 der beiden Teilchen) mit einem nicht näher spezifizierten Wechselwirkungspotential $V_{12}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ betrachtet.

- (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen der beiden Teilchen auf.
(b) Zeigen Sie durch explizites Nachrechnen, dass die Gesamtenergie, der Gesamtimpuls sowie der Drehimpuls der Relativbewegung bezüglich des Schwerpunktes \vec{R} erhalten sind.

Ist der Drehimpuls der Relativbewegung auch bezüglich anderer Punkte erhalten?

HINWEIS: Zeigen Sie explizit $\frac{dE}{dt} = 0$ usw.

BEMERKUNG: Schwerpunkts- und Relativkoordinate sind definiert als (s. Vorlesung)

$$\vec{R} := \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}, \quad \vec{r} := \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

- (c) Die beiden Teilchen bewegen sich jetzt zusätzlich in einem externen rotations-symmetrischen Potential $V_{\text{ext}}(r)$, d.h. die potentielle Energie ist nun

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = V_{12}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) + V_{\text{ext}}(|\vec{r}_1|) + V_{\text{ext}}(|\vec{r}_2|) \quad .$$

Überprüfen Sie wiederum die Erhaltung der Gesamtenergie, des Gesamtimpulses und des Gesamtdrehimpulses gegenüber des Ursprungs, sowie des Relativedrehimpulses bezüglich des Schwerpunkts.

HINWEIS: Sie können hier mit Symmetrieprinzipien argumentieren, d.h. es reicht aus zu zeigen, ob aus den Symmetrien des Problems diese Erhaltungssätze folgen oder nicht.
