Julian Bergmann Matr. Nr: 1012877 Gruppe 5

Gruppenprüfer: M. Werner

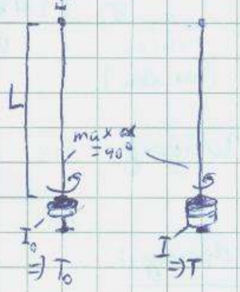
Versuch 4 A

Der Torsionsmodul von Eisen soll mittels Drehschwingungen eines Eisendrahtes ermittelt werden.

Versuchsaufbau

Beschreibung:

Man messe die Drehschwingungsdauer eines Drahtes aus Eisen mit einem Gewicht, dessen Trägheitsmoment man nicht kennt und misst danach erneut mit einem zusätzlichen Gewicht mit bekannten Trägheitsmoment.



Die Länge und der Querschnitt des Drahtes werden über die Mittlung von 10 Messungen bestimmt. Für das Trägheitsmoment, welches bestimmbar ist, wird das Gewicht, hier ein Eisenring im Innen- und Außenradius 3 mal vermessen und das Ergebnis gemittelt. Die Masse erbringt einfache Wägung.

Für die Drehschwingungsdauer wird die Zeit für 10 Schwingungen 10 mal gemessen, gemittelt und durch 10 geteilt.

Formeln:

Nach Skript Gl. 4.11 gilt

$$\phi = 64\pi \frac{mL(R_a^2+R_i^2)}{d^4(T^2-T_0^2)}$$

sowie T_0: Messung mit $I_{unbekannt}$

T_m: Messung mit $I_{unbekannt}$ & $I_{bekannt}$

Messungen:

2. Gewicht mit bekanntem Trägheitsmoment:

	R_i	R_a
1.	0,6 cm	3,875 cm
2.	0,6 cm	3,85 cm
3.	0,6 cm	3,875 cm
Ø	0,6 cm	3,87 cm

Fehler hier ±0,05 cm, da Durchmesser ermittelt mit ±0,1 cm und halbiert.

Abweichung R_A: 0,02 cm; R_i: 0 cm

Bestimmung von L, d, T_0 und T:

	L	d	$T_0 \cdot 10$	$T \cdot 10$
1	149,1 cm	1,005 mm	23,71 s	33,40 s
2	149,0 cm	1,01 mm	23,56 s	33,37 s
3	148,9 cm	1,005 mm	23,59 s	33,13 s
4	148,8 cm	1,005 mm	23,31 s	33,22 s
5	149,1 cm	1,01 mm	23,56 s	33,44 s
6	149,0 cm	1,01 mm	23,53 s	33,78 s
7	148,9 cm	1,005 mm	23,22 s	33,38 s
8	148,9 cm	1,01 mm	23,47 s	33,40 s
9	148,9 cm	1,00 mm	23,34 s	33,14 s
10	148,9 cm	1,005 mm	23,38 s	33,47 s
Ø	148,95 cm	1,0065 mm	23,467 s	33,378 s
Fehler (max. Abw.)	0,15 cm	0,0065 mm	0,247 s	0,402 s

Wägung des Gewichtes mit bekanntem I ergab: 1,01 kg ± 1g

Berechnung:

Umrechnung in SI-Einheiten:

~~L = 0,15 cm ≙ 0,0015~~ $L = 148{,}95\,cm \triangleq 1{,}4895\,m$

$d = 1{,}0065\,mm \triangleq 1{,}0065 \cdot 10^{-3}\,m$

~~$T_0 = 23{,}467\,s$; $T = 33{,}378\,s$~~ $T_0 = \frac{23{,}467\,s}{10} = 2{,}3467\,s$

$T = \frac{33{,}378\,s}{10} = 3{,}3785$

$m = 1{,}01\,kg$

$R_i = 0{,}6\,cm \triangleq 0{,}006\,m$; $R_A = 3{,}87\,cm \triangleq 0{,}0387\,m$

Einsetzen:

$$\phi = 64\pi \frac{mL(R_a^2+R_i^2)}{d^4(T^2-T_0^2)} = 64\pi \frac{1{,}01\,kg \cdot 1{,}4895\,m \cdot ((0{,}006\,m)^2+(0{,}0387\,m)^2)}{(1{,}0065\cdot 10^{-3}\,m)^4 \cdot ((3{,}3378\,s)^2-(2{,}3467\,s)^2)}$$

$$= 8{,}024 \cdot 10^{10}\,\frac{kg}{m\,s^2} \triangleq 8{,}024 \cdot 10^{10}\,\frac{N}{m^2}$$

Fehlerberechnung:

Nach Skript gilt: $\frac{\Delta\phi}{\phi} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta L}{L} + 4\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta(R_a^2+R_i^2)}{(R_a^2+R_i^2)} + \frac{\Delta(T^2-T_0^2)}{T^2-T_0^2}$

mit $\Delta(R_a^2+R_i^2) = 2(R_a \Delta R_a + R_i \Delta R_i)$

und $\Delta(T^2-T_0^2) = 2(T\Delta T + T_0 \Delta T_0)$.

Unsere Messungen ergaben:

$\Delta m = 1g \triangleq 0{,}001\,kg$; $\Delta L = 0{,}15\,cm \triangleq 0{,}0015\,m$; $\Delta d = 0{,}0065\,mm$

$\triangleq 3{,}5 \cdot 10^{-6}\,m$; $\Delta R_a = 0{,}02\,cm \triangleq 0{,}2 \cdot 10^{-3}\,m$; $\Delta R_i = 0\,m$;

$\Delta T = 0{,}402\,s/10 = 0{,}0402\,s$; $\Delta T_0 = 0{,}247\,s/10 = 0{,}0247\,s$

Also ergibt sich für $\Delta(R_a^2+R_i^2)$ und $\Delta(T^2-T_0^2)$

$$\Delta(R_a^2+R_i^2) = 2\cdot(0{,}2\cdot 10^{-3}\,m \cdot 38{,}7\cdot 10^{-3}\,m + 0\,m^2) = 1{,}548\cdot 10^{-5}\,m^2$$

$$\Delta(T^2-T_0^2) = 2\cdot(40{,}2\cdot 10^{-3}\,s\cdot 3{,}3378\,s - 24{,}7\cdot 10^{-3}\,s\cdot 2{,}3467\,s) = 0{,}3843\,s^2$$

Daher ergibt sich folgender relative Fehler:

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = \frac{10^{-3}\,kg}{1{,}01\,kg} + \frac{0{,}0015\,m}{1{,}4895\,m} + 4\cdot\frac{6{,}5\cdot 10^{-6}\,m}{0{,}0010065\,m} + \frac{1{,}548\cdot 10^{-5}\,m^2}{(38{,}7\cdot 10^{-3}\,m)^2+(0{,}006\,m)^2} + \frac{0{,}3843\,s^2}{(3{,}3378\,s)^2-(2{,}3467\,s)^2}$$

$$= \frac{1}{1010} + \frac{1}{993} + \frac{52}{2013} + \frac{172}{17041} + \cancel{0{,}0271}\ 0{,}0682$$

$$= \cancel{0{,}0651} \mathrel{\hat=} \cancel{6{,}51\,\%} \quad \cancel{\Rightarrow \Delta\phi = 0{,}522\cdot 10^{10}\,\tfrac{N}{m^2}}$$

$$0{,}106 \mathrel{\hat=} 10{,}6\,\% \quad \Rightarrow \Delta\phi = 0{,}852\cdot 10^{10}\,\frac{N}{m^2}$$

Auswertung

Gemessener Wert	Fehler	Literaturwert
$\phi = 8{,}024\cdot 10^{10}\,\frac{N}{m^2}$	$\pm 0{,}852\cdot 10^{10}\,\frac{N}{m^2}$	$7\cdot 10^{10}\,\frac{N}{m^2}$

Quelle:

Paul A. Tipler, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, 2. Auflage, Berlin 2007, S. 383

Julian Bergmann   Matr. Nr 1012877

Gruppe 5

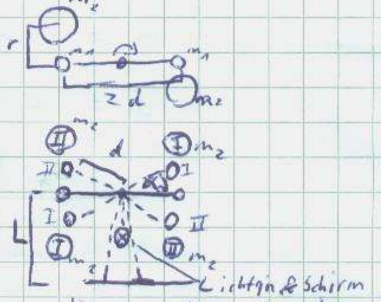
Versuch 4B

Mithilfe einer Gravitationswaage soll die Gravitationskonstante G bestimmt werden.

Versuchsaufbau:

Beschreibung:

In einer Gravitationswaage befinden sich 2 kleine Bleikugeln an den Enden eines Stabes, der mittig an einem Torsionsdraht hängt. In der Nähe der kleinen Kugeln wird je



eine große Bleikugel gebracht, sodass diese eine Gravitationskraft auf die kleinen Kugeln ausüben kann, die gut messbar ist. Die großen Kugeln stehen fest und versetzen den aufgehangenen Stab in gedämpfte Drehschwingungen. Nachdem eine Ruhelage erreicht wurde, werden die großen Kugeln an eine andere Stelle, genau gegenüber den kleinen Kugeln gestellt und es wird erneut auf die Ruhelage gewartet. Dies wird anschließend noch einmal wiederholt. Hierbei wird die Umlaufzeit und die lokalen ~~Maxima~~ Extrema der Drehschwingung gemessen. (Auslenkwinkel projeziert Auslenkung über Spiegel an Draht und einem Laser auf eine Messskala bzw. Fototransistorzeile.) Zur Bestimmung von G müssen außerdem folgende Werte ermittelt werden: r = Abstand der Kugelmittelpunkte; d = Abstand der kl. Kugeln zum Drehpunkt; m_1 = Masse kl. Kugeln; m_2 = Masse gr. Kugeln; L = Abstand Spiegel-Laser; x = Breite des Behälters in dem die kleinen Kugeln schwingen (Gr. Kugeln sind näherungsweise direkt am Gehäuse!); d_G = Durchm. gr. Kugeln;

Formeln:

$$G = \frac{\pi^2 d r^2 S_0}{T^2 m_2 L \beta}$$

$$A_x = \frac{1}{4}(A_1 + 2A_2 + A_3)$$

$$\beta = \left(1 - \frac{r^3}{b^3}\right) = 1 - \frac{r^3}{\sqrt{r^2+4d^2}^3}$$

<u>Messungen:</u>

$L = 68{,}3\,cm \mathrel{\hat=} 0{,}683\,m$; $d_G = 6{,}33\,cm \mathrel{\hat=} 0{,}0633\,m$

$m_1 = 15\,g \mathrel{\hat=} 0{,}015\,kg$

$m_2 = 1{,}5\,kg$

$d = 50\,mm \mathrel{\hat=} 0{,}05\,m$; $X = 2{,}92\,cm \mathrel{\hat=} 0{,}0292\,m$

	A_I	t_I	A_{II}	t_{II}	A_{III}	t_{III}
1	78,7mm	283,8s	12,2mm	3595,4s	74,7mm	5285,1s
2	42,4mm	608,2s	44,5mm	3533,4s	40,9mm	5623,1s
3	66,1mm	946,1s	22,2mm	4257,8s	64,6mm	5933,9s

Daraus folgt:

$$A_{I,1} = \frac{1}{4}\cdot(78{,}7mm + 2\cdot 42{,}4mm + 66{,}1mm) = 0{,}0574\,m$$

$$A_{II,1} = \frac{1}{4}\cdot(12{,}2mm + 2\cdot 44{,}5mm + 22{,}2mm) = 0{,}03085\,m$$

$$A_{I,2} = \frac{1}{4}\cdot(74{,}7mm + 2\cdot 40{,}9mm + 64{,}6mm) = 0{,}055275\,m$$

$$\Rightarrow A_I = (0{,}0574m + 0{,}055275m)\cdot\frac{1}{2} = 0{,}0563375\,m$$

$$A_{II} = A_{II,1} = 0{,}03085\,m$$

$$\Rightarrow S_0 = A_I - A_{II} = 0{,}0563375m - 0{,}03085m = 0{,}0254875\,m$$

und:

$$T_1 = |t_{11} - t_{13}| = |283{,}8s - 946{,}1s| = 662{,}3\,s$$

$$T_2 = |t_{21} - t_{23}| = |3595{,}4s - 4257{,}8s| = 662{,}4\,s$$

$$T_3 = |t_{31} - t_{33}| = |5285{,}1s - 5933{,}9s| = 648{,}8\,s$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{3}(T_1 + T_2 + T_3) = \frac{1}{3}(562{,}3s + 662{,}4s + 648{,}8s) = 657{,}83\,s$$

sowie: $r = \frac{d_G}{2} + \frac{X}{2} = \frac{0{,}0633m}{2} + \frac{0{,}0292m}{2} = 0{,}04625\,m$

<u>Einsetzen in Formel:</u>

$$G = \frac{\pi^2 d r^2 S_0}{T^2 m_2 L \beta} = \frac{\pi^2 d r^2 S_0}{T^2 m_2 L\left(1 - \frac{r^3}{\sqrt{r^2+4d^2}^3}\right)}$$

$$= \frac{\pi^2\cdot 0{,}05m\cdot(0{,}04625m)^2\cdot(0{,}0254875m)}{(657{,}83s)^2\cdot 1{,}5kg\cdot 0{,}683m\cdot\left(1 - \frac{(0{,}04625m)^3}{\sqrt{(0{,}04625m)^2 + 4\cdot(0{,}05m)^2}^3}\right)} = \cancel{7{,}27}\ 6{,}55 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}$$

Fehlerberechnung:

$$\Delta S_0 = \left|\left(\frac{A_{I,1}+A_{I,2}}{2}\right) - A_{I,1}\right| = |A_I - A_{I,1}| = |0{,}063375\,m - 0{,}055275\,m| = 1{,}0625\cdot 10^{-3}\,m$$

$$\Delta T = \max(|T - T_i|) = 62{,}17\,s$$

$$\Delta s = 0{,}001\,m = \Delta r = \Delta L = \Delta d = \Delta b$$

$$\Delta m = 0{,}01\,kg = \Delta m_2$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{2dr}{r} + \frac{dS_0}{S_0} + \frac{2dT}{T} + \frac{dm_2}{m_2} + \frac{dL}{L} + \frac{d\beta}{\beta}$$

$$\Delta\beta = \Delta\left(1 - \frac{r^3}{b^3}\right) = \cancel{\frac{3(\Delta r^2)b^3 - 3(\Delta b^2)r^3}{b^6}} = \Delta\left(\frac{r}{b}\right)^3 = 3\left(\frac{r}{b}\right)^2 \Delta\left(\frac{r}{b}\right)$$

$$= 3\frac{r^2}{b^2}\left(\frac{(\Delta r)b - (\Delta b)r}{b^2}\right) = 3\frac{r^2}{b^3}\left(\Delta r - \frac{r\Delta b}{b}\right) = 2{,}78\cdot 10^{-3}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{2dr}{r} + \frac{dS_0}{S_0} + \frac{2dT}{T} + \frac{dm_2}{m_2} + \frac{dL}{L} + \frac{d\beta}{\beta}$$

$$= \frac{0{,}001\,m}{0{,}05\,m} + \frac{2\cdot 0{,}001\,m}{0{,}04625\,m} + \frac{1{,}0625\cdot 10^{-3}\,m}{0{,}0254875\,m} + \frac{2\cdot 62{,}17\,s}{624{,}47\,s}$$

$$+ \frac{0{,}01\,kg}{1{,}5\,kg} + \frac{0{,}001\,m}{0{,}683\,m} + \frac{2{,}78\cdot 10^{-3}}{0{,}926} = 0{,}315$$

$$\Rightarrow \Delta G = 2{,}06\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}$$

Auswertung:

Errechneter Wert	Fehler	Literaturwert
~~6,27·10⁻¹¹~~ $6{,}55\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}$	$\pm 2{,}06\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}$	$6{,}673\cdot 10^{-11}$

Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Gravitationskonstante